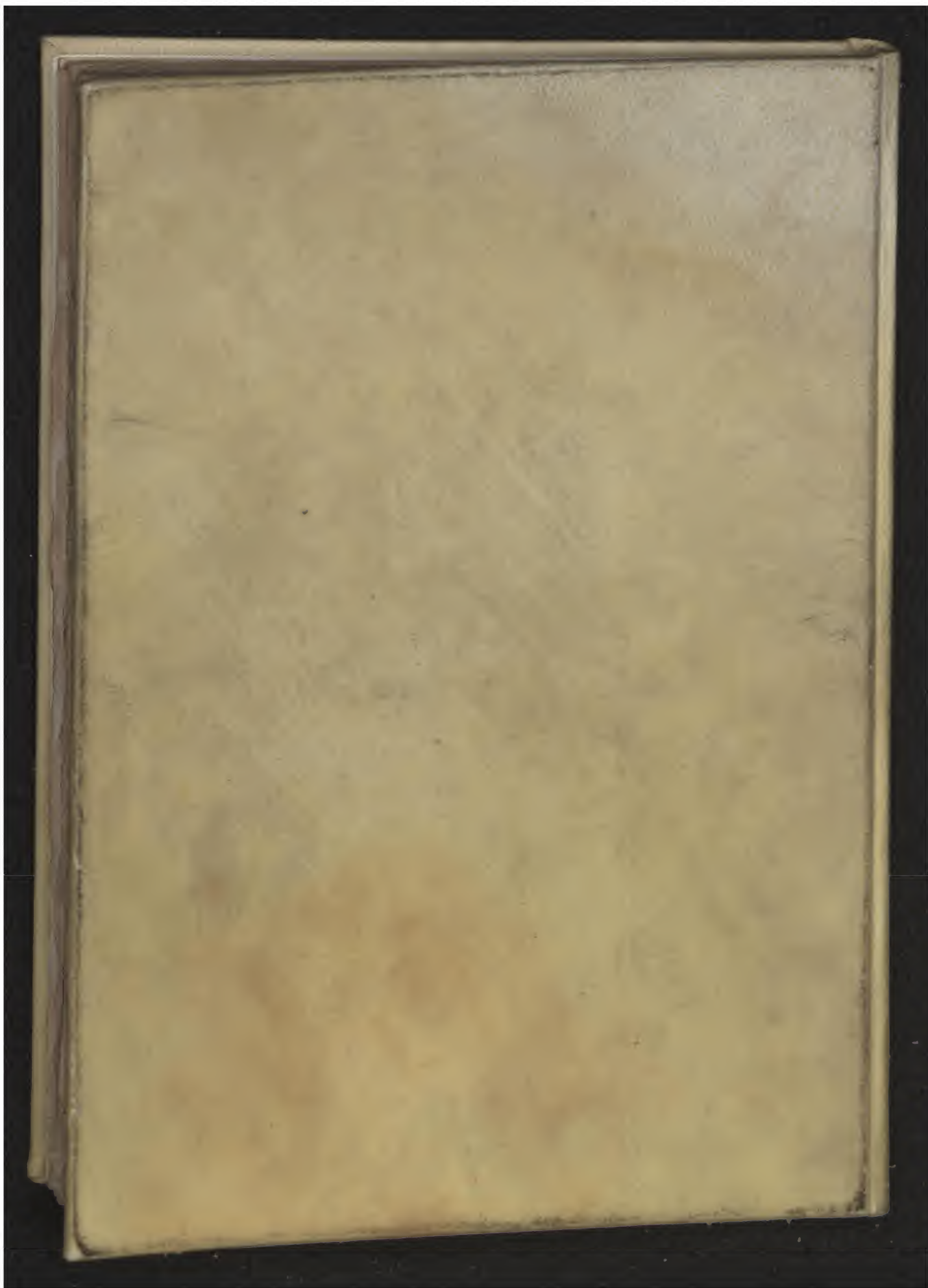
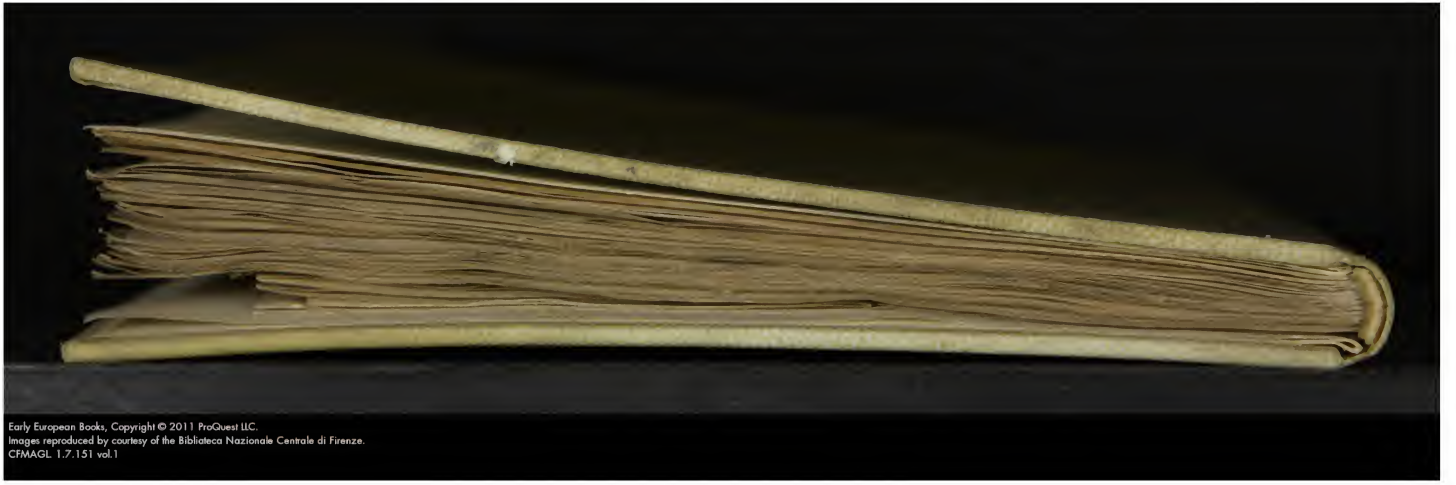




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CINQUE 1.7.151 vol.1





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.151 vol.1





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.151 vol.1



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Image reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL. 1.7.151 vol. I

1. 7. 151











AQVARVM FLVENTIVM  
**MENSURA**  
NOVA METHODO  
INQVISITA

AVCTORE

**DOMINICO GVLIELMINO**

*M. D. Bononiensi*

*In Patrio Archigymnasio Scientiarum Mathematicarum*

*Primario Professore,*

*Et Aquarum Bononiensium Superintendente.*

A D

*Illustrissimum, atq; Amplissimum*

**SENATVM**  
**BONONIÆ.**



BONONIÆ, ex Typographia Pisariana. M.DC.XC. Superiorum permissu,

*Ill<sup>ma</sup> atq; Canigiranti viro S. Antonio Magliabechi S. M. P. Secretario  
Bibliothecario  
Adversus Iones mitti*



Handwritten text in a medieval script, likely Latin, consisting of several lines of text.

Handwritten text in a medieval script, likely Latin, consisting of several lines of text.

Handwritten text in a medieval script, likely Latin, consisting of several lines of text.

Illustrissimi, atque Amplissimi  
SENATORES.



Vestrum est, quod nunc vestro  
Nomine inscriptum in lucem prodit Opusculum  
de *Aquarum Fluentium Mensura* PROCERES  
ILLVSTRISSIMI. Vestrum inquam est, eo  
quòd à decennio, me longe alia meditantem,  
ad hæc studia mandatis vestris primi excitastis;  
Vestrum, quia ante quinquennium collata mihi  
vestrarum Bononiensium aquarum Præfectura;  
deinde etiam primi nominis Matheseos Cathedra  
in famigeratissimo hoc Archigymnasio, eadem &  
decoro stipendio, & frequenti opportunitate  
fouistis; Vestrum tandem est; cum ad hos tres  
primos libros publici iuris faciendos in Patriæ



commodum plurimi Vestrum animos addideritis. Quod ergo tot titulis vestrum est, omni etiam iure vestris sub Auspicijs prodire debuit; ita vt mihi, nec vel paucillum, cunctandum fuerit in eligendo hisce laboribus, studiisque meis Patrono, quem non alium esse Fata sanxerunt, nisi ILLVSTRISSIMVM, ATQVE AMPLISSIMVM BONONIAE SENATVM. Excipite igitur benigno, vt soletis, animo, & vultu haec mea, qualiacumque nunc vobis offero, conamina, eo solummodo genio instituta, vt Patriae pro viribus prodessem, & a vobis mihi demandatam Aquarum prouinciam potiori iure administrarem. Valete in æuum duraturi PROCERES ILLVSTRISSIMI, & me, meaque studia, eo, quo flagratis in promouendis scientijs amore, fouere non dedignemini.

DD. VV. ILLVSTRISSIMARVM

Bononiae Kal. Augusti 1690.

*Humillimus Addictiss. & Obsequentiss. Seruus,  
& Cliens*

Dominicus Gulielminus.

Lector

## Lectori Beneuolo.



*C*um primum Aquarum Fluentium Mensuram nouisse animus fuit, id prestiti, quod solemne omnibus est, ut Auctorum libros, quotquot potuerim, hanc Spartam exornarium, auido ingenio lustrarem, & eorum methodum, ac demonstrationes nanciscerer; parum tamen in ijs euoluendis laboraui, cum mole parua volumina, numero pauca non diu ingenium fuerint remorata. Quod tamen non effecit librorum moles, & numerus, abunde suppleuit difficultas, & magnitudo argumenti ab Auctoribus vix delibati, & solummodo circa generalia quadam haecenus demonstrati. Antecellit siquidem omnes, ut eruditis compertum est, aeternae memoriae dignus P. Benedictus Castellus, utpote qui primus, Geometria in subsidium vocata, velocitatis rationem ad certam normam, & regulas redigendam in mensurandis aquis fluentibus animaduertit, pluresque de ea propositiones exposuit, & demonstrationes concinnauit. Sed bina in eius Tractatu dubia occurrere. Primum fuit, quod cum constet, non vnā, & sibi vbique similem esse in omnibus aqua fluentis partibus, velocitatem; haerebam, cuienam ex his demonstrationes applicanda essent; & licet facile fuerit internoscere, ex omnibus velocitatibus mediam quamdam componendam esse, eodem pacto, quo ex inaequalibus Planetarum motibus Astronomi medium, & aequalem colligunt; adhuc tamen maior inerat difficultas in recta mediae velocitatis determinatione, quam impossibile penitus censui ex Castellianis demonstrationibus elicere. Accedebat erronea velocitatis superficiei ad reliquas interfundum, & superficiem applicatio, & lubrica eiusdem inquisitio, quibus omnibus factum est, ut nihil certi, nihil veri inde posset deduci.

Alterum dubium, quod & alijs negotium facebat, fuit in  
pro-



*propositione secunda secundi libri, cuius demonstrationem non adinuenisse, aut saltem ei non acquicuisse, ingenue fate-  
 tur subtilissimus Auctor. Hanc autem, cum aliorum tentami-  
 na minus placerent, demonstrare aggressus fueram, sed statim  
 vidi, rem eò tendere, ut proportionem velocitatis inuolueret,  
 quam Aqua e vasis erumpens ex maiori altitudine nancisci-  
 tur, de qua Torricellius, Ballianus, & alij, quæ cum proposi-  
 tione Castelli nullo modo potest conuenire. Hinc in vasis, aquadu-  
 ctibus, canalibus &c. experimēta capi instituire, ut certior fie-  
 rem, an velocitates crescerent in ratione altitudinum, an vero  
 in subduplicata earundem; & in vasis quidem hanc ultimā  
 certò deprehendi; licet in canalium sectionibus summa ab  
 utraque aberratio contingeret, quod certum fuit argumen-  
 tum, velocitatem sæpè sapius aliunde deriuare, quàm ab a-  
 quæ in sectionibus altitudine.*

*Additus igitur animus est, ut Doctrinam totam, ab ouo, ut  
 aiunt exordirer, measque tentarem vires, quò difficile hoc ar-  
 gumentum in Scientiarum additamentum, & Vitæ ciuilis  
 commodum promouerem. Itaque cum mihi videar magnis om-  
 nino ausis hacusque non excidisse; statui literario orbi com-  
 municare, quæ de Aquarum Fluentium Mensura pluribus ab  
 hinc annis meditatatus sum, quaque mihi videor ad Geometri-  
 cam incudem reduxisse.*

*Ea autem pluribus complexus sum libris, quorum tres prio-  
 res publica luce nunc fruuntur, reliquis iudicium, de his, tu-  
 um, & diuturniores cogitationes expectantibus; ut aliquan-  
 do, si Deus dederit, & ipsi e tenebris euoluantur. Caterum  
 monitum te volo, Lector humanissime, me Aquarum fluentium  
 mensuram consultò primis hisce tribus libris in summa sim-  
 plicitate consideraſſe, ut inde certas Natura leges colligerem,  
 quibus ad vltiora progredi liceret, pluresque canalium, &  
 fluminum affectiones inter suppositiones inducere, quod reli-  
 quis libris præſtabo; unde hi non statim, tamquam inutiles,  
 reijciendi erunt ex eo, quòd tales, quales in secundo, & tertio  
 libro*

libro suppono canales, ut plurimum, in Natura non dentur, cum ex his via sternatur, meo quidem iudicio, apertissima, qua ad Aquæ fluentis mensuram, in vulgaribus fluminibus, assequendam, deducamur. Hinc primo libro generalem doctrinam velocitatis, tum simplicis in unica linea, tum compositæ in unica superficie, & uno solido, complexus sum, eo quod cum per diuersa accidentia fiat, ut in eadem sectione diuersæ perpendiculares, diuersas habeant velocitates; possit unaquæque ex istis seorsim considerari, & ex earum unione media quædam totius sectionis velocitas componi. Quo quidem progressu, & omnes ferè propositiones Castelli, alia tamen, & ut censeo, faciliori methodo demonstraui, & fundamentum ostendi, quo nititur mensura proportionalis aquarum fluentium, quam Baraterius suis numeris, ut ipse vocat, latiquadris exprimit, licet eorum confectio ex falso Castelli supposito erronea sit. In secundo autem libro Aquarum Fluentium Mensuram, eamque absolutam in Canalibus inclinatis, & in tertio in Canalibus horizontalibus, tam solitarijs, idest simplicibus, quàm unitis, idest ex aliorum similium horizontalium confluentia aquam recipientibus, inquisiui, ut quoniam fieri nequit, ut per datam sectionem maior fluat Aquæ quantitas, quàm per Canale inclinatum integra descensu velocitate, neque minor, quàm per Canale horizontale sola velocitate a pressione; saltem mensura haberetur inter duos certos terminos media, quorum primum excedere non posset, sicuti ab altero non deficere.

Methodum exponendi, quod spectat, ea me fatente varia est, sed fortasse non inconcinna; primo siquidem libro fusior fui, & laxior, quàm sublimiorum ingeniorum dignitas exposceret, tam in multiplicandis propositionibus, & demonstrationibus concinnandis, quàm in citandis marginaliter Elementorum propositionibus: id tamen prestiti, ut facilitati consulerem, & ut vulgarium Hydrometrarum ingenio me accomodarem, quorum in Geometricis cognitio Euclidiana Elementa, ut plurimum,



timum, non excedit, ut si aliorum librorum compotes esse non possent, saltem huius usu, & utilitate non fraudarentur. In reliquis autem, cum materiam eorundem captum excedere animaduverterem, pressior fui, & contractior, mecum ipse meditantis Eruditiores Mathematicos alloqui, quibus plurima, quāvis vulgò ignota; attamen vulgaria esse solent. Et hæc quidem methodus semper mihi probanda visa est, ut sicuti a facilioribus inchoandum, & ex his ad difficiliora progrediendum, ita primò quidem plana sit, licet fusior demonstrandi ratio, deinde sensim contractior, tum ad evitandam nimis noxiam prolixitatem, tum ne ingenia nimia facilitati assueta, respuat difficiliora.


Benevole igitur Lector his frui, dum in reliquis libris tibi parandis laboro, eo etiam animo, ut uniuersaliter ad fluidorum motum, tum naturalem, tum violentum, etiam extra Mathematicos fines, usque videlicet ad Medicæ Artis penetralia, si ingenium, & tempus suppetet, meditationes has meas traducam; cum a iugi fluidorum animati corporis motu, & vitam ipsam, & functiones, & lesiones, & medelas, maximā partem pendere, Recentiorum Anatomicorum inuenta, & rationes abundè persuadeant. Apparebit siquidem, quantum halucinentur Matheos, & Anatomes, utilissimarum, tam ad Theoricam, quàm ad Practicam Medicinam Artium detrectatores; cum nihil ex his inutile, nihil superuacaneum, sed ex hisdem, & ex pærenni symptomatum, & consequentium accidentium observatione, quam nemo non prosequitur, Medicæ, siue, ut aiunt Clinicæ Artis fundamenta, & præcepta consistant, sitque, vel solo hoc nomine, infelix Medicina, quòd eam facientes, intra nimis arctæ doctrinæ limites contineantur, eosque ulterius extendere, vel non valeant sæpius, vel negligant. Ignosce, Lector humanissimè, sinceritati, conculcatarum iniuria artium vindicatrici, & Vale.

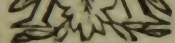
LIBER

# LIBER PRIMVS

In quo Generalis Doctrina velocitatis  
proponitur .

## DEFINITIONES.

I.  Quam fluentem eam intelligimus, quæ  
propriæ tantum grauitatis momento per  
alueos fluminum, vel canalium versus  
centrum grauium descendit .

II.  Sectio fluminis naturalis est communis  
sectio Aquæ fluentis cum plano ortho-  
gonaliter secante fundum fluminis, & vtramque fluminis  
ripam, quæ, cum vtplurimum varia sit, nec ad regulam  
reducibilis; ideo --

III. Sectio artificialis fluminis intelligatur quasi facta in  
flumine, cuius fundus per transuersum horizontalis sit; ri-  
pæ autem & inter se parallelæ, & fundo erectæ, quæ se-  
ctio semper erit parallelogramum rectangulum .

IV. Altitudo viua aquæ fluentis, seu sectionis est linea  
perpendicularis à superficie aquæ ad basim sectionis tali-  
ter dispositam demissa, vt cessante fluxu, nihil in ea sta-  
gnantis aquæ remanere possit, quæ & vnico nomine vo-  
cetur perpendicularis .

V. Velocitas naturalis aquæ fluentis est vis non ab ex-  
trinseco aliquo conciliata, qua mediâte pars aliqua aquæ  
apta est determinatum spatium certo tempore percurrere,  
cumque hæc varijs in partibus magis, aut minùs remotis  
à superficie varia sit, ideo --

VI. Velocitas maxima erit illa, qua mediante partes ali-  
quæ aquæ sunt aptæ longiorem viam respectu reliquarum  
certo tempore percurrere, seu quæ alias velocitates in ea-  
dem perpendiculari existentes superat .

A

Ve-



VII. Velocitas verò media ea est, quæ cum sit in aliqua parte aquæ eiusdem perpendicularis talis est, vt si eâ fluerent superiores, & inferiores, æqualis aquæ mensura flueret per illam perpendicularem, ac fluat inæqualibus existentibus velocitatibus; seu illa est, quæ à maioribus velocitatibus tantò superatur, quantò ea superat minores.

Fig. I.

Pro quarum definitionum clariori intelligentia supponatur recta perpendicularis AB taliter demersa infra superficiem aquæ fluentis, vt punctum A sit in superficie, punctum vero B in fundo. Partes aquæ inter A, & B diuersas habent velocitates, vt experientia constat, Nosque suo loco ostēdemus; in superficie enim minores sunt, quò verò remotiores à superficie semper maiores: itaq; si huiusmodi velocitates rectis lineis exprimantur, erit BC velocitas partis aquæ sitæ in B, DE velocitas aquæ in D, & sic deinceps; cumque BC maxima sit linearum BC, DE, FH, GI; ipsam BC dicemus maximam velocitatem. Velocitatem vero mediam dicimus v. g. lineam FH, si ea talis sit, vt si omnes partes aquæ fluentes per AB haberent velocitatem æqualem velocitati FH, tantumdem aquæ flueret per AB tempore, quo B fertur in C, ac fluat eodem tēpore diuersis existentibus velocitatibus BC, DE, FH &c. seu si velocitas FH supponatur superari à singulis velocitatibus inter F, & B excessu HMC; æquali excessu superet illa velocitates inter A, & F. v. g. excessu KLH.

VIII. Complexus velocitatum est vnio omnium velocitatum existentium in singulis aquæ partibus sitis in eadem perpendiculari, vel sectione, vt in superiori figura complexus velocitatum perpendicularis AB, est figura ABCHK.

IX. Sectiones æquè veloces sunt illæ, in quibus velocitates mediæ æquales sunt; idest per quas aqua fluit æquali velocitate media.

X. Sectiones inæqualiter veloces sunt, quarum velocita-

rates mediæ vna alteram superat , quarum quidem ea velocior dicitur, cuius velocitas media alteram superat, & e contra.

XI. Aquæ quantitatem intelligimus molem aquæ totâ, quæ per datam sectionem dato tempore effluxit.

XII. Quæ diximus de sectionibus æqualiter, vel inæqualiter velocibus, applicanda sūt etiā perpendicularibus; sicuti quæ diximus de complexu velocitatum in perpendicularibus, applicanda sunt proportionaliter sectionibus; quod etiam dicendum de velocitatibus maximis, medijs, &c. quæ applicandæ sunt sectionibus.

# A X I O M A T A.

I. **I**N eadem sectione artificiali quælibet perpendicularis eandem habet, vel æqualem velocitatem maximam, mediam, minimam &c. seclusis impedimentis contactus, adhæisionis, & extrinsecis quibuscumque.

II. Velocitates diuersæ inter se comparandæ sūt per relationem ad spatia, quæ possunt eodem, vel æquali tempore percurrere motu æquabili.

# P O S T V L A T A.

I. **D**Ata quacumque quantitate posse eam intelligi conformatam in quamlibet figuram eiusdem generis, v. g. figuram planam, in triangulum, rectangulum &c. solidam, in prisma, pyramidem &c. eiusdem dimensionis.

II. Datis quibuscumque quantitatibus, eas posse poni sub oculum per rectas habentes inter se eandem proportionem, quam dictæ quantitates.



## P R O P O S I T I O I.

**F**lumine in eodem statu manente æquales aquæ quantitates fluunt per omnes eiusdem sectiones æqualibus temporibus.

*Fig. 2.*

Sint duæ sectiones  $AD$ ,  $EH$  eiusdem fluminis. Dico quantitatem aquæ fluentis per  $AD$  æqualem esse quantitati aquæ fluentis per  $EH$  æquali tempore.

Si enim maior aquæ quantitas flueret per  $AD$ , quàm per  $EH$ , flumen inter  $A$ , &  $E$  continuò cresceret, quod est contra suppositum; si vero minor flueret per  $AD$ , ac per  $EH$ , flumen inter  $A$ , &  $E$  continuò decrederet, quod pariter est contra suppositum; si ergo nec maior, nec minor quantitas fluit per  $AD$ , ac per  $EH$ ; æqualis utrobiquè fluit. Quod erat probandum.

## P R O P. II.

**S**i aqua fluens per aliquam sectionem vel perpendicularem dato tempore, intelligatur conformata in prisma rectum, cuius basis sit sectio; altitudo prismatis erit velocitas media eius sectionis.

*Fig. 2.*

Sit sectio  $AD$ , super quam, tamquam basim intelligatur conformata quantitas aquæ fluentis per eam dato tempore, in prisma rectum  $CF$ . Dico altitudinem  $AE$ , esse velocitatem mediam sectionis  $AD$ .

Si enim omnes partes aquæ intra rectangulum  $AD$  æquali fluere velocitate, dum pars  $C$ , fertur in  $G$  pars  $A$  ferretur in  $E$ ,  $B$  in  $F$ ,  $D$  in  $H$ , & partes quælibet rectanguli  $AD$ , ad sibi correspondentes partes, rectanguli  $EH$ ; ideoque, si omnes velocitates sectionis  $AD$  esset inter se æquales aqua naturaliter se conformaret in prisma  $CF$ ; sed prisma  $CF$  æquale est aquæ fluenti diuersis velocitatibus per se-

sectionem  $AD$ ; ergo per eandem sectionem æqualis aquæ quantitas fluere vel velocitate  $AE$ , vel  $CG$ , ac fluat diuersis velocitatibus eodem tempore, ideoque  $AE$  altitudo prismatis erit velocitas media. Quod &c. Def. 4. huius.

Idem ostendetur de aqua transeunte per perpendicularem  $AC$ , si intelligatur conformata in rectangulum  $AG$ .

P R O P. III.

**I**N sectionibus eiusdem fluminis velocitates mediæ sunt in proportionem reciprocam sectionum.

Sint sectiones  $AD$ ,  $IM$ . Dico, vt velocitas media sectionis  $IM$  ad velocitatem mediam sectionis  $AD$ , ita esse sectionem  $AD$  ad sectionem  $IM$ , Fig. 2. 3.

Intelligentur quantitates aquæ fluxæ æquali tempore per vtramque sectionem, conformatae in prismata recta, quorum bases propria sectio; sitque primæ prismata  $AH$ , secundæ prismata  $IN$ . Quoniam itaque eodem tempore æqualis aquæ quantitas fluit per  $AD$ , ac per  $IM$ , erunt prismata  $AH$ ,  $IN$  æqualia; sed prismata æqualia reciprocant bases, & altitudines; ergo vt  $AD$  ad  $IM$ , ita  $IP$  ad  $AE$ ; sed  $IP$  est velocitas media sectionis  $IM$ , &  $AE$  velocitas media sectionis  $AD$ ; ergo vt velocitas media sectionis  $IM$  ad velocitatem mediam sectionis  $AD$ , ita sectio  $AD$  ad sectionem  $IM$ . Quod &c. Prop. 1. huius. Prop. 29. xj. Elem. Prop. 2. huius.

C O R O L L A R I V M.

**E**X hac propositione patet etiam eiusdem conuersum .v. quod si sectiones, & velocitates mediæ earundem inter se habeant rationem reciprocam, quantitates aquæ erunt inter se æquales; prismata enim, quæ reciprocant bases, & altitudines, inter se sunt æqualia. Prop. 30. xi. Elem.

Per



## P R O P. IV.

**P**er sectiones inæquales, sed æquè veloces, quantitates aquæ fluentes æquali tempore sunt inter se, vt sectiones.

Fig. 2. &  
3.

Sint sectiones inæquales  $AD$  maior,  $IM$  minor; sint verò velocitates mediæ vtriusq; æquales. Dico, vt sectio  $AD$  ad sectionem  $IM$ , ita esse quantitatem aquæ fluentem per  $AD$  ad quantitatem fluentem per  $IM$  æquali tempore.

Prop. 2.  
huius.

Def. 9.  
huius.

Prop. 32.  
XI. Elem.

Intelligentur quantitates Aquæ conformatæ in prismata supra suas sectiones, & sit primæ prisma  $CF$ , secundæ vero prisma  $MP$ . Erunt itaque  $AE$  velocitas media sectionis  $AD$ , &  $IP$  velocitas media sectionis  $IM$ . & quoniam sectiones supponuntur æquè veloces erunt  $AE$ ,  $IP$  inter se æquales; ideoque prismata  $CF$ ,  $MP$  æquè alta: Sed prismata æquè alta inter se sunt, vt bases, ergo vt  $AD$  ad  $IM$ , ita prisma  $CF$  ad prisma  $MP$ . i. vt sectio  $AD$  ad sectionem  $IM$ , ita quantitas aquæ fluentis per  $AD$ , ad quântitatem aquæ fluentis æquali tēpore per  $IM$ . Quod &c.

## C O R O L L A R I U M I.

Prop. 1.  
XI. Elem.

**I**Taque si sectiones sint artificiales, & eiusdem altitudinis, sed inæqualis latitudinis; quantitates aquæ erunt inter se, vt latitudines sectionum.

## C O R O L. II.

**E**T si dictæ sectiones eiusdē essent latitudinis; inæqualis vero altitudinis; quantitates aquæ essent, vt altitudines, supposita tamen eadem velocitate media in vtraque sectione.

Per



## P R O P. V.

**P**er sectiones æquales, sed inæqualiter velocēs, quantitates aquæ fluentes æquali tempore inter se sunt, vt velocitates mediæ sectionum.

Sint sectiones æquales A D, I M, sed sectio A D sit minùs velox sectione I M. Dico quantitatem aquæ fluentem per A D ad quantitatem aquæ fluentem per I M æquali tempore, esse vt velocitas mediæ sectionis A D, ad velocitatem mediam sectionis I M.

Conformentur aquæ, vt supra, in prismata C F, K O; & quoniā æquales sunt sectiones A D, I M, erunt prismata C F, K O in basibus æqualibus, sed prismata in æqualibus basibus constituta inter se sunt, vt altitudines; ergo vt prisma C F ad prisma K O, ita altitudo A E ad altitudinem I P; sed prisma C F est aqua fluens per sectionem A D, & prisma K O est aqua fluens per sectionem I M, & altitudo A E velocitas mediæ sectionis A D; altitudo vero I P velocitas mediæ sectionis I M; ergo vt quantitas aquæ per A D, ad quantitatem per I M, ita velocitas mediæ sectionis A D, ad velocitatem mediam sectionis I M. Quod &c.

Fig. 2. &  
3.

Comand.  
de Centro  
Grau.  
prop. 20.

Prop. 2.  
huius.

## C O R O L L A R I V M.

**E**X methodo, qua superiores propositiones probauimus liquidò apparet, si quantitates aquæ æquales sint, & sectiones, a quibus profunduntur æquæ veloces; futurum vt eædem quoque sint æquales.

## C O R O L. II.

**E**T si quantitates aquæ æquales sint, & sectiones æquales; fore etiam æquæ veloces,

Per

## P R O P. VI.

**P**er sectiones eiusdem, vel diuersorum fluminum quantitates aquæ eodem tempore fluentes habent inter se rationem compositam ex proportionibus sectionis ad sectionem, & velocitatis mediæ primæ sectionis, ad velocitatem mediā secundæ.

Fig. 2. 3.  
3.

Sint sectiones AD, IM. Dico quantitatem aquæ fluentem per AD ad quantitatem aquæ fluentem per IM æquali tempore habere rationem compositam ex proportionibus sectionis AD ad sectionem IM, & velocitatis mediæ sectionis AD ad velocitatem mediā sectionis IM.

Prop. 2.  
huius.  
Comand.  
de centro  
grau. prop.  
21.

Intelligentur enim quantitates aquæ conformatæ in prismata recta CF, KO. Erit itaque AE velocitas mediæ sectionis AD, & IP velocitas mediæ sectionis IM. Cum igitur prismata omnia habeant rationem compositam, ex rationibus basium, & altitudinum; erit ratio prismatis CF ad prisma KO composita ex rationibus basis, seu sectionis AD ad basim, seu sectionem IM, & altitudinis AE, seu velocitatis mediæ sectionis AD ad altitudinem IP, seu velocitatem mediā sectionis IM; sed prisma CF est quantitas aquæ fluentis per AD, & prisma KO est quantitas aquæ fluentis per sectionem IM; ergo aqua fluens per AD ad aquam fluentem per IM habet rationem compositam ex rationibus sectionis AD ad sectionem IM, & velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediā per IM. Quod &c.

## C O R O L.

Comand.  
ad prop.  
24. VI. E-  
lem.

**C**um vero sectiones AD, IM, utpote rectangula, habeant rationem compositam ex rationibus AC ad IK, & CD ad KM, sequitur quantitatem aquæ fluentem per sectionem AD ad quantitatem aquæ fluentem æquali tem-



tempore per sectionem IM habere rationem compositam ex rationibus altitudinis sectionis primæ AD ad altitudinem sectionis secunde IM, latitudinis sectionis AD ad latitudinem sectionis IM, & velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per IM.

SCHOLIUM.

EX hac propositione vniuersali sequitur veritas propositionis quartæ, & quintæ, quas tamen cōsultò seorsim demonstrauius, nè nimia corollariorum faragine Lectores, vel ipso initio, obrueremus.

PROP. VII.

SI flumen augmento nouæ aquæ intumescat; quantitas aquæ fluentis in intumescencia ad quantitatem aquæ fluentem ante intumescenciam æquali tempore, rationem habet compositam ex rationibus velocitatis mediæ ante intumescenciam ad velocitatem mediam in intumescencia, & altitudinis ante intumescenciam ad altitudinem in intumescencia.

Sit flumen, cuius sectio ante intumescenciam sit AD, & augmento nouæ aquæ intumescat vsque ad EF, ita vt fiat sectio ED. Dico quantitatem aquæ fluētis per sectionem AD ad quantitatem aquæ fluentem per sectionem ED, habere rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ sectionis AD ad velocitatem mediam sectionis ED, & altitudinis AC ad altitudinem EC.

Fig. 4.

Ratio enim quantitatis aquæ per AD fluentis ad quantitatem aquæ per ED fluētis æquali tempore, componitur ex rationibus velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per ED, & sectionis AD ad sectionem ED; sed sectio AD ad sectionem ED est, vt AC ad CE; ergo quanti-

Prop. 6.  
huius.

B tas

tas aquæ fluens per AD ad quantitatem aquæ fluentem æquali tempore per ED est composita ex rationibus velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per ED, & altitudinis AC ad altitudinem EC. Quod &c.

## S C H O L.

**H**Æc propositio locum non habet, nisi in sectionibus artificialibus; naturales enim ut plurimum non habent inter se rationem altitudinum; omnes verò antea actæ propositiones verificantur etiam in sectionibus naturalibus .i. pro facilitate demonstrationis sectiones artificiales supposuerimus; in sequentibus verò propositionibus, sectiones semper necessario supponuntur artificiales.

## P R O P. VIII.

**I**N eodem flumine velocitas media vnius sectionis ad velocitatem mediam alterius habet rationem compositam ex rationibus altitudinis viuæ in secunda sectione ad altitudinem viuam primæ, & latitudinis secundæ sectionis ad latitudinem primæ.

Sint sectiones AB, DE eiusdem fluminis, in quibus AG, DH sint altitudines viuæ, & GB, HE latitudines; sitq; velocitas media sectionis AB linea BC; velocitas verò media sectionis DE linea EF. Dico BC ad EF habere rationem compositam ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB.

*Prop. 1.  
huius.  
Prop. 3.  
huius.*

*Com. ad  
prop. 24.  
vi. Elem.  
Theor. 2.*

Quoniam enim æqualis aqua fluit per vtramque sectionem AB, DE; erit ut velocitas BC ad velocitatem EF, ita sectio DE ad sectionem AB; sed ratio sectionis DE ad AB est composita ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB; ergo velocitas BC ad velocitatem EF erit in ratione composita ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB. Quod &c.

In



P R O P. IX.

**I**N eodem flumine altitudo viua aquę vnus sectionis ad altitudinem viua aquę alterius sectionis, habet rationem compositam ex ratione latitudinis secundę sectionis ad latitudinem primę, & velocitatis medię secundę sectionis ad velocitatem mediā primę.

Sint sectiones eiusdem fluminis AD, IM, quarū altitudines viuę sint AC, IK, & latitudines CD, KM. Dico AC ad IK habere rationem compositam ex rationibus velocitatis medię sectionis IM ad velocitatem mediā sectionis AD, & latitudinis KM ad latitudinem CD.

Supponantur enim quantitates æquali tempore fluentes per vtramque sectionem conformatę in consueta prismata CF, KO; Erunt itaque prismata CF, KO æqualia, eruntque CG, KQ velocitates medię sectionum AD, IM, sed prismata æqualia reciprocant bases, & altitudines; ergo vt altitudo AC ad altitudinem IK, ita basis KN ad basim CH; sed basis KN ad basim CH est in ratione composita ex rationibus KM ad CD, & KQ ad CG; ergo proportio AC ad IK erit composita ex rationibus KM ad CD, & KQ ad CG, idest altitudo AC ad altitudinem IK habebit rationem compositam ex rationibus velocitatis medię secundę sectionis IM ad velocitatem mediā primę sectionis AD, & latitudinis KM secundę sectionis ad latitudinē CD primę. Quod &c.

Fig. 2. 3.

Prop. 1. huius  
Prop. 2. huius.  
Prop. 29. XI. Elem.  
Com. ad prop. 24. VI. Elem.

C O R O L.

**E**X progressu huius propositionis patet, quod si latitudines sectionum CD, KM accipiantur pro altitudinibus prismatum; erit proportio latitudinum CD, KM composita ex rationibus IK ad CA, & KQ ad CG .i. latitudo

B 2

pri-

primæ sectionis ad latitudinem secundæ; erit in ratione composita ex rationibus velocitatis mediæ secundæ sectionis ad velocitatem mediam primæ, & altitudinis viuæ secundæ sectionis ad altitudinem viuam primæ.

## C O R O L. II.

**P** Atet etiam, quòd antea actę duæ propositiones non solum habent locum in sectionibus eiusdem fluminis, sed & diuerforum; dummodo æqualibus temporibus per ipsas transeant æquales aquæ quantitates.

## P R O P. X.

Fig. 5. &  
6.

**S** I vnus fluminis aqua aliud flumen ingrediatur; altitudo, quam habet aqua primi fluminis, vel alia ipsi mole æqualis in secundo flumine ad altitudinem, quam habebat in proprio alueo, rationem habet compositam ex rationibus velocitatis, quam habet in secundo flumine ad velocitatem, quam habebat in proprio alueo, & latitudinis secundi fluminis ad latitudinem proprii aluei.

Sit sectio primi fluminis influētis AB, cuius altitudo AG latitudo GB, & velocitas mediā BC; sit verò DH altitudo, quam habet in secundo flumine aqua influens; latitudo verò secundi fluminis HE; ideoque DE sectio, per quam transit aqua primi fluminis, dum fluit per secundum flumē, eiusque velocitas EF. Dico altitudinē AG ad altitudinem DH habere rationem compositam ex rationibus velocitatis EF ad velocitatem BC, & latitudinis HE ad latitudinem GB.

Prop. 9.  
huius.

Cum enim equales quantitates aquæ fluant per sectiones AB, DE; erit AG ad DH in ratione composita ex rationibus EF ad BC, & HE ad GB. Quod &c.

Ad-



SCHOLIUM.

**A**duertendum est, dum dicimus AG ad DH habere assignatam rationem, nos non intelligere FH pro augmento facto in flumine per additionem nouæ aquæ; non enim AG ad augmentum factum in flumine eam semper habet rationem, quam habet ad DH, sed sæpius maiorem, vt suo loco patebit.

COROL.

**E**X hac propositione, & octaua manifestum fit, velocitatem mediam, quam habebat aqua fluminis influentis in proprio alueo ad velocitatem mediam, quam habet in secundo flumine, habere rationem compositam ex rationibus latitudinis secundi fluminis ad latitudinem primi, & altitudinis, quam habet in secundo flumine ad altitudinem, quam habebat in proprio alueo.

PROP. XI.

**S**i complexus velocitatum alicuius perpendicularis conformetur in rectangulum supra perpendicularem tamquam basim; erit altitudo rectanguli velocitas media eius perpendicularis.

Sit perpendicularis AB, cuius velocitatum naturalium complexus contineatur figura ABCK, sitque huiusmodi figura conformata in rectangulum BL, ita vt basim habeat AB. Dico eius altitudinem AL esse velocitatem mediam perpendicularis AB. Latus enim LM partim erit intra figuram ABCK, partim extra, vt de se patet; alias vel rectangulum maius esset figura, vel minus; secabit ergo lineam KC in aliquo puncto v. g. H, per quod ducatur HF parallel-

Fig. 1.

Def. 4.  
huius.

lela altitudini AL. Quoniam igitur rectangulum BL æquale est ABCHK; si auferatur pars cōmunis ABMHK, erit figura KHL æqualis figuræ MHC; sed KHL est excessus velocitatum, quo FH vna ex velocitatibus inter A, & B superat velocitates inter A, & F, & MHC est excessus velocitatum, quo eadem FH superatur a velocitatibus inter F, & B; ergo velocitas FH tantò superatur a velocitatibus inter F, & B, quantò ea superat velocitates inter F, & A; ideoque erit FH velocitas media perpendicularis AB; sed FH est æqualis AL; ergo & AL erit velocitas media eiusdem perpendicularis AB. Quod &c.

## C O R O L.

**Q**uoniam rectangulum BL est, ex constructione, æquale complexui velocitatum naturalium aquæ in perpendiculari AB; poterit & idipsum assummi tamquam complexus velocitatum eiusdem perpendicularis.

## P R O P. XII.

**C**omplexus velocitatum alicuius perpendicularis ad complexum velocitatum alterius, habet rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ primæ perpendicularis ad velocitatem mediam secundæ, & perpendicularis primæ ad perpendicularem secundam.

Fig. 7. 8.

Sint perpendiculares AB, CD. Dico complexum velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum perpendicularis CD habere rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ perpendicularis AB ad velocitatem mediam perpendicularis CB, & AB ad CD.

Conformetur enim complexus velocitatum perpendicularium AB, CD in rectangula BE, DF; quorum bases AB, CD; erit ergo rectangulum BE complexus velocitatum

tum



tum perpendicularis AB, & DF complexus velocitatum perpendicularis CD; sed rectangula BE, DF habent inter se rationem compositam ex rationibus AE ad CF, & AB ad CD; sunt autē AE velocitas media perpendicularis AB, & CF velocitas media perpendicularis CD; ergo complexus velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum perpendicularis CD, habet rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ AE ad velocitatem mediam CF, & perpendicularis AB ad perpendicularem CD. Quod &c.

Comand.  
ad prop.  
24.VI.E-  
lem.  
Prop. 1 1.  
huius,

C O R O L. I.

**E**X hac propositione sequitur, si velocitates mediæ sint æquales, complexus velocitatum inter se habere eandem rationem, quam perpendiculares.

C O R O L. II.

**E**T, si perpendiculares sint æquales, complexus velocitatum inter se esse, vt velocitates mediæ.

C O R O L. III.

**E**T, si complexus velocitatum duarum perpendicularium sint inter se æquales, velocitates medias earumdem esse in reciproca proportionem perpendicularium.

C O R O L. IV.

**E**T quoniam rectangula, quæ reciprocant bases, & altitudines inter se sunt æqualia; sequitur, quod si velocitates mediæ, & perpendiculares inter se sint in ratione reciproca, complexus velocitatum inter se æquales erunt.

In

## P R O P. XIII.

**I**N sectionibus æqualem latitudinem habentibus, complexus velocitatum vnius perpendicularis in singulis sectionibus inter se sunt, vt quantitates aquæ per eas sectiones æquali tempore fluentes.

Fig. 4.

Sint due sectiones AD, ED eiusdem latitudinis CD, sed inæqualis altitudinis AC, EC, & sit G aqua fluens per AD, & H aqua fluxa per ED æquali tempore; sit deinde I complexus velocitatum perpendicularis AC; L verò complexus velocitatum perpendicularis EC: denique sit M velocitas media sectionis AD, & N velocitas media sectionis ED. Dico vt I ad L, ita esse G ad H.

Prop. 6.  
huius.

Quoniam enim ratio G ad H, idest aquarum componitur ex rationibus M ad N, idest velocitatum mediarum, & sectionis AD ad sectionem ED; est autem vt AD ad ED, ita AC ad EC, ratio G ad H erit composita ex rationibus M ad N, & AC ad EC; sed ratio I ad L, idest complexuum velocitatum, & ipsa componitur ex rationibus M ad N, & AB ad EB, ergo vt I ad L, ita G ad H. Quod &c.

Prop. 12.  
huius.

## P R O P. XIV.

**P**ER sectiones quascumque artificiales, quantitates aquæ æquali tempore fluentes inter se sunt in ratione composita ex rationibus complexus velocitatum vnius perpendicularis in prima sectione ad complexum velocitatum alterius perpendicularis in altera sectione, & latitudinis primæ sectionis ad latitudinem secundæ.

Fig. 7. &  
8.

Sint sectiones AG, CH. Dico quantitatem aquæ fluentem per AG ad quantitatem aquæ fluentem per CH æquali tempore, esse in ratione composita ex ratione complexus velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum



raturum perpendicularis CD, & ex ratione latitudinis BC primæ sectionis ad latitudinem DH secundæ sectionis. Fig. 7. & 8.

Sit I quantitas aquæ fluentis per AG, & K quantitas aquæ fluentis æquali tempore per CH; fiatque, ut complexus velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum perpendicularis CD, ita L ad M, & ut latitudo BG ad latitudinem DH, ita M ad N; erit ergo proportio L ad N composita ex rationibus complexuum velocitatum inter se, & latitudinum sectionum. Sit deinde O velocitas media sectionis AG, & P velocitas media sectionis CH. Probandum est, ut I ad K, ita esse L ad N.

Ratio enim L ad M est composita ex rationibus AB ad CD, & O ad P ergo ratio L ad N erit composita ex rationibus AB ad CD, O ad P, & BG ad DH, sed iisdem rationibus AB ad CD, O ad P, & BG ad DH est composita ratio I ad K; ergo ratio I ad K eadē erit, ac L ad N. Quod &c Prop. 12. huius. Corol. prop. 6. huius.

P R O P. XV.

**C**omplexus velocitatum duarum sectionum sunt inter se in ratione composita ex rationibus complexus velocitatum unius perpendicularis in prima sectione ad complexum velocitatum alterius perpendicularis in altera sectione, & latitudinis primæ sectionis ad latitudinem secundæ.

Sint duæ sectiones AD, IM, quarū latitudines CD, KM. Dico complexum velocitatum sectionis AD ad complexum velocitatum sectionis IM habere rationem compositam ex rationibus complexus velocitatum perpendicularis AC ad complexum velocitatum perpendicularis IK, & latitudinis CD ad latitudinem KM. Fig. 2. & 3.

Fiat rectangulū CE æquale complexui velocitatum perpendicularis AC, & intelligatur erectum plano sectionis AD; similiter constituatur alterum rectangulum DF æquale Fig. 2. & 3.

C

le



*Axiom.*  
1. *huius.*

le complexui velocitatum perpendicularis BD, & intelligatur parallelū rectangulo CE, & iungantur FE, HG. Et quoniam AC, BD perpendiculares in eadem sectione, sunt inter se æquales, & ipsis pariter æquales quæcumque aliæ; sequitur, quod velocitas media perpendicularis AC æqualis sit velocitati mediæ perpendicularis BD, ideòque lineæ BF, AE inter se æquales erunt & consequenter rectangula DF, CE æqualia, & similia inter se, & similiter posita; sunt autem & parallela; ergo solidum CF erit prisma, cuius basis rectangulum CE, altitudo CD, vel AB: & si complexus velocitatum omnium perpendicularium inter AC & BD conformentur in rectangula, erunt cuncta æqualia rectangulo CE, & si ponantur parallela rectangulis CE, DF; eorum rectangulorum, latera homologa lateribus EG, FH erunt in rectangulo FG, & omnes complebunt prisma CF; itaque prisma CF erit complexus velocitatum sectionis AD. Iisdem constructis in altera sectione IM ostendetur prisma KO esse complexum velocitatum sectionis IM; sed prismata habent rationem compositam ex rationibus basis, & altitudinum; ergo prisma CF ad prisma KO habebit rationem compositam ex rationibus basis CE ad basim KP, & CD ad KM; sunt autē CE complexus velocitatum perpendicularis AC, & KP complexus velocitatum perpendicularis IK; ergo & complexus velocitatum sectionis AD ad complexum velocitatum sectionis IM erit in ratione composita ex rationibus complexus velocitatum perpendicularis AC ad complexum velocitatum perpendicularis IK, & latitudinis CD ad latitudinē KM. Quod &c.

*Corol.*  
*prop. 11.*  
*huius.*

### C O R O L L A R I U M.

**E**T quoniam per propositionem 14. quantitates aquæ in diuersis sectionibus inter se sunt in ratione composita ex proportionem, quam habent inter se complexus ve-

velocitatum in perpendicularibus diuersarum sectionum, & ex proportionē latitudinum earundem, in superiori verò eadem composita ratio ostensa sit de complexibus velocitatum in diuersis sectionibus; sequitur quātitates aquæ esse inter se in eadem proportionē, ac complexus velocitatum sectionum, per quas fluunt; seu potius esse vnum, & idem complexum velocitatum sectionis, ac aqua per eam fluens abstractè sumpta.

## S C H O L.

**H**Æ ultimæ propositiones de complexibus velocitatum, licet reduci ad antecedentes, aut saltem ex ijs immediatè deduci possent; adhuc tamen eas hic seorsim demonstrare suscepimus, vt ex conuenientia proprietatū, & passionū liquidò appareret connexio, vel identitas, aut salte proportionalitas existens inter complexus velocitatum, & quātitates aquarum, siue in sectione integra, siue tantum in vna perpendiculari considerentur; & interim asuesceret Lector complexus velocitatum pro quantitatibus aquarum assumere, cum in sequentibus libris eorum frequens futurus sit vsus.

*Finis Primi Libri.*



## LIBER SECVNDVS

In quo proponitur mensura aquarum  
fluentium in Canalibus inclinatis  
solitarijs.

## S V P P O S I T I O .



T Doctrinæ detur locus supponimus alueos  
fluminum, siue canales, oblonga esse vasa,  
quorum fundus in eodem semper sit plano,  
latera vero plana verticalia plano fundi  
erecta, per quæ aqua fluit, vel potest fluere  
a termino sublimiori ad humiliorem, eaque  
non flexuosa, sed recta via ad suum terminum dirigi.

## D E F I N I T I O N E S .

I. **C** Analis solitarius is est, qui ab ipso initio totam suam, aquam recipit, quam ad terminum vsque sui fluxus deferret absq; additione, vel permixtione alterius canalis, vt sunt illi, qui a suis fontibus, vel lacubus totam suam aquam hauriunt, quæ aliorum canalium aquis non immiscetur durante tractu sui fluxus.

II. Canalis vero vnitus is dicatur, qui a duobus vel pluribus minoribus canalibus inuicem vnitis, quorum vnus in alium influat, suam aquam recipit, siue vnio in vno tantum loco fiat, siue pluribus, vt sunt flumina, fere omnia, quorum aquæ ex plurium riuulorum confluentia coalescunt.

III. Canalis inclinatus is est, cuius partes inæqualiter distant a centro grauium, aliæ quidem magis, aliæ minus.

IV. Initium canalis intelligo illud punctum siue lineam,  
in



in qua planum inclinatum canalis productum concurrat cum superficie aquæ.

V. Horizontalis ergo per initium alvei illa dicatur, quæ per initium alvei ducitur horizonti parallela.

VI. Horizontalis sectionis est linea, vel planum per fundum sectionis ductum horizonti parallelum.

VII. Angulus inclinationis alicuius canalis est, qui fit a linea horizontali per initium alvei, & a linea directionis canalis.

VIII. Sectiones similes in alveis declivibus, siue inclinatis illæ dicantur, quæ æqualiter distant ab initio alvei; patet autem has haberi non posse nisi in diuersis canalibus.

IX. Similiter positæ sectiones dicantur, quæ fiunt in alveis æqualiter ad horizontem inclinatis.

X. Lumina sūt foramina variæ figuræ, circularis, quadratæ &c. insculpta in lateribus, vel fundo alicuius vasis, per quæ aqua repleto vase potest fluere.

## PROPOSITIO I.

**S**I a vase aqua pleno educatur aqua per lumina similia, & æqualia, sed inæqualiter intra superficiem aquæ sita, erunt quantitates Aquæeductæ inter se in subduplicata ratione altitudinum incumbentis Aquæ, dummodo tamen eadem semper perseveret supra lumina æqualis aquæ altitudo.

Hæc propositio per experientiam manifesta est, præter enim aliorum observationes præcipuè vero Domini Mariotte, eadem a me repetitæ sunt apud Reuerendissimum Abbatem D. Tadæum de Pepulis anno 1683. die 14. Octobris. In Cœnobio enim Diui Bernardi PP. Oliueranorum huius Urbis, præsentia sua fauentibus eodem Reuerendissimo Abbate (cuius memoria semper mihi grato animo recolenda erit, sicuti & mors, licet post longævam vitam,

pau-

paulò post subsecuta perpetuò dolenda) & D. Ioanne Ludouico Donello Philosophiæ, & Medicinæ Doctore Collegiato in Mathematicis laudabiliter versato, necessitudinis vinculo mihi summopere adstricto, operamque suam, meis studijs, & experimentis præstante, alijsque amicis, paratum fuerat Vas cylindricum, cuius altitudo pedum quatuor, basis verò pedum duorum in diametro, diuisaque tota altitudine in sexdecim partes æquales, vni lateri Vasis totidem circularia foramina inter se æqualia fuerant insculpta. His singulis fistulæ lignæ adamussim æquales aptatæ, quarum interior cauitas eiusdem vbique crassitie, & summopere læuigata vnciam vnā in diametro superabat, eisque in parte exteriori laminę æræ applicatæ, quæ in medio lumen circulare habebant, cuius diameter vnciæ vnius quadrantem æquabat, centro suo axi fistulæ adamussim correspondens, cæteroquin exterius fistulæ foramen exactè obstruentes. Vase deinde aqua repleto, & disposito pendulo, cuius longitudo fuit vnciarum 28.  $\frac{5}{7}$  quindecim vibrationum tempore exeuntes aquæ obseruatæ sunt. Primo enim ex inferiore fistula, cæteris clausis, asserto tempore aqua hausta fuit vnciarum 123. manente superficie aquæ in vase in eadem altitudine; Obstructa deinde inferiore fistula, & aperta superiore, vt aquę altitudo decrederet tribus vncijs, cessante fluxu per superiorem, inferior denuò aperta est, & alijs quindecim vibrationibus extracta aqua fuit vnciarum 118. sicque successiue in alijs, donec deuentum ad altitudinem vnciarum 24. Eò tunc enim cum admodum difficile esset aquam in eadem altitudine conseruare durante toto tempore fluxus inferior fistula clausa est, & vase denuò aqua repleto, ea aperta fuit, quæ 24. vncias infra superficiem aquæ erat demersa, & dato tempore, vnciæ 93 aquæ fluxisse obseruatæ sunt, & successiue experimenta cōtinuata vsque ad vncias tres altitudinis iuxta methodum superiorem. Quoniam

vero



verò ultimæ huius fistulæ lumen, nonnihil, licet ferè insensibiliter, priori maius esset, quod ex quantitate aquæ exeuntis primò, deinde etiam ex rectificatione diametri subtili experimento didicimus; ideo ex mutatione luminis, duplex instituenda fuit radicalis observatio, prima in altitudine vnciarum 48. secunda in altitudine vnciarum 24. Singulæ autem observationes habentur in subiecta Tabula vnà cum quantitibus aquarum correspondētibus proportioni subduplicatæ altitudinis aquæ supra centra luminum ex duabus observationibus radicalibus, vt appareat quàm parùm discrepet proportio aquarum per observationem inuenta, a proposita ratione subduplicata.

Altitudo Aqua supra  
cætrum fistulæ, & lu-  
minis in vncijs pedis  
Bononiensis.

Quantitas aqua exiens  
singulis 15. vibratio-  
nibus in vncijs libra  
Bonon.

Proportio aquarum ex  
observatione radicali  
prima subduplicata  
altitudinū in vncijs  
libra Bonon.

48  
45  
42  
39  
36  
33  
30  
27

123  
118  
116  
110  
106  
103  
97  
91

123  
119  
115  
111  
106  
102  
97  $\frac{1}{2}$   
92

Proportio aquarum ex  
observatione radicali  
secunda.

24  
21  
18  
15  
12  
9  
6  
3

93  
87  
81  
74  
66  
56  
47  
34

93  
87  
80  $\frac{1}{2}$   
74  
66  
57  
46  $\frac{1}{2}$   
33

Ex

Ex his obseruationibus patet, quantitates Aquæ esse in subduplicata ratione altitudinum; licet enim alicubi non-nihil discrepent ab expōita proportione; id tamen insensibile est, & in luminum siue orificiorum contactum refundendum, aut in obseruationum lubricitatem, ita vt appareat Naturam hac ratione procedere.

Præter experimenta nonnulli hanc propositionem, quæ ferè omnes tamquam principium assumunt, vel immediatè ex suppositione deducunt demonstrare conantur; tutior tamen mihi videtur Torricellij demonstratio, quæ talis est.

Fig. 9. &  
10.

Sit Vas  $ABDC$ , cui sit foramen in  $E$  horizontale, sitque superficies aquæ  $AB$ . Et similiter intelligatur aliud Vas  $FG$ , cui foramen  $H$  æquale foramini  $E$ . Dico velocitatem, qua Aqua exit a lumine  $H$  ad velocitatem, qua exit a lumine  $E$ , esse in subduplicata ratione linearum, siue altitudinum  $BL$ ,  $FG$ .

Galil. in  
schol. prop.  
23. de  
Motu ac-  
cel.

Galil.  
ibid. prop.  
2.

Prop. 5.  
1. huius.

Aqua enim exiens a luminibus  $E$ , &  $H$  detractō aeris impedimento salit vsque ad horizontales  $AM$ ,  $NK$  per impetum, seu velocitatem impressam in  $E$ , &  $H$ ; ergo velocitas in  $E$ , &  $H$  eadem est, ac si Aqua descendisset ab  $M$  in  $E$ , & a  $K$  in  $H$ , sed velocitas in  $E$  a descensu per  $ME$  ad velocitatē in  $H$  a descensu per  $KH$  habet rationem subduplicatam linearum  $ME$ ,  $KH$ , siue  $BL$ ,  $FG$ , ergo velocitas in  $E$  &  $H$  est pariter in ratione subduplicata linearū  $BL$ ,  $FG$ ; cum autem quantitates aquæ in sectionibus, seu luminibus æqualibus sint, vt velocitates, etiam quantitates aquæ habebunt subduplicatam rationem altitudinum. Quod &c.

### COROLLARIUM.

**E**T quoniam velocitas in  $E$ , &  $H$  nullam aliam agnoscit causam, quàm pressionem superincumbentis aquæ in vase, sequitur pressionem agere iuxta prædictam proportionem, si actio in velocitatem tantummodo influere intelligatur.

Perin-



SCHOLIUM.

**P**Erinde est siue foramen sit in E horizontale sursum vergens, siue in fundo CD deorsum, siue in lateribus BL, FG verticaliter, ita vt directio sit horizontalis; aqua enim quaquà versus premit æqualiter, dummodo æqualem, vel eandem habeat supra se altitudinem.

PROP. II.

**E**Adem est velocitas aquæ fluentis per aliquam sectionem canalisi inclinati, ac si fluxerit e vase per lumen simile, & equale sectioni, tantundem a superficie aquæ remotum; quantum sectio ab horizontali per initium canalisi.

Sit canale inclinatum AB, per quod fluat aqua in sectione B, & sit AE horizontalis per initium canalisi. Dico in sectione B eandem esse velocitatem aquæ, ac si flueret per eandem sectionem B, tanquam lumen, e vase clauso ABE, in quo aquæ superficies sit AE.

Fig. 11.

Quoniam enim Aqua est corpus graue: si intelligatur ab A fluxisse in B per planum inclinatum AB, eadem erit velocitas in B, ac in D, si ex A in D cecidisset (supponitur enim AD horizonti perpendicularis, & secta horizontali DB) vel ex C in B; sed & in vase clauso velocitas luminis B eadem est, ac si aqua a C in B descendisset; ergo velocitas in B eadem est, siue aqua fluat per Canale AB sectione B, siue fluxerit e vase ABE lumine B. Quod &c.

*Terriculus dei  
mot. gra:  
prop. 5.*

COROL. I.

**E**X his sequitur velocitates in diuersis sectionibus eiusdem canalisi esse in subduplicata ratione perpendicularium a sectionibus ad horizontalem per initium aluei,

D

cum

cum enim velocitates in luminibus F, B sint in subduplicata ratione linearum FG, BC; & velocitates in sectionibus F, B eandem habebunt rationem subduplicatam.

## C O R O L. II.

**E**T quoniam, ut FG ad BC, ita est FA ad BA; erunt etiā velocitates sectionum F, B in subduplicata ratione linearum FA, FB, idest distantiarum ab initio alvei.

## C O R O L. III.

**I**Nuenta ergo media proportionali inter GF, & CB, siue inter AF, & AB; erit, ut GF, vel AF ad mediam, ita velocitas F ad velocitatem B.

## C O R O L. IV.

*Apelon.  
lib. I. Co-  
nic. prop.  
II.*

**Q**Vare si axe AB vertice A describatur semiparabola AHL, & ducantur semiordinatæ FH, BL; erunt hæ mensura velocitatum punctorum, siue sectionum F, B, & sic de cæteris.

## C O R O L. V.

*Prop. 3.  
I. huius.*

**S**Equitur ex supradictis velocitates semper maiores fieri, quò sectiones ab initio alvei remotiores sunt; e contra verò, cum velocitates, & sectiones reciprocè se habeant, canale in eodem statu permanente; consequenter sectiones semper minores erunt, & si hæ supponantur æquè latæ, altitudines erunt semper minores.

In



P R O P. III.

**I**N qualibet sectione canalis inclinati velocitas maior est in fundo, quàm in superficie aquæ.

Sit canale inclinatum AB, in quo sectio, cuius altitudo BC. Dico velocitatē in B maiorem esse, quàm in C. Ducatur enim per initium alvei, horizontalis, ad quam ex B, & C ducantur perpendiculares BE, CD. Itaque quoniam angulus AEB est rectus; erit angulus ABE acutus, & quoniā angulus CBA est rectus, si ex ipso dematur angulus acutus ABE, remanebit angulus CBE acutus; quare demissa CF perpendiculari ad BE; cadet ea ad partes E, & abscindet portionem FE minorem tota BE; ergo & DC minor erit eadē BE; sed velocitas B competit descensui BE, & velocitas C descensui DC; maiori verò descensui competit maior velocitas; ergo velocitas in B maior erit, quàm in C. Quod &

Fig. 12.

Prop. 2.  
huius.

C O R O L.

**Q**uoniam per maiorem inclinationem angulus EBA semper fit minor, consequenter angulus FBC maior erit; ideoque perpendicularis CF semper cadet proximior puncto B; quare differentia inter velocitatem fundi, & superficiē semper minor erit, quò magis inclinatus erit canalis & cum fuerit perpendicularis, cadente CF in CB, æquabuntur inter se velocitates.

P R O P. IV.

**I**N sectionibus diuersis eiusdem canalis inclinati maior est proportio velocitatis fundi ad velocitatem superficiē, quò sectiones initio canalis proximiores erunt.

Fig. 13.

Supponatur enim in eadem figura sectio G proximior

D 2

initio

Corol. 5.  
prop. 2.  
huius.

initio A, quam B. Dico maiorem rationē esse velocitatis G ad velocitatem H, quā velocitatis B ad velocitatem C; iisdem. n. constructis, quoniam GH maior est, quā BC; & in triangulis IGH, FBC omnes anguli æquales; præter enim angulos rectos ad F, I, sunt anguli FBC, IGH æquales, utpote æqualium angulorum AGK, ABE complementa; erit & GI maior, quā FB; & quoniam KG minor est, quā EB, ablata IG ex KG, & FB ex BE remanebit KI multo minor, quā FE; habebit ergo GI ad FB maiorem rationem quā KI ad EF, & permutando GI ad KI maiorem, quā FB ad EF, & componēdo GK ad IK, seu LH, maiorem, quā BE ad EF, siue DC. Sit X media proportionalis inter GK, & LH, & Y media proportionalis inter EB, & CD. Itaque KG ad X maiorem habebit rationem, quā EB ad Y; sed ratio KG ad X eadem est, ac velocitatis G ad velocitatem H, & ratio EB ad Y eadem, ac velocitatis B ad C; ergo velocitas G ad H habebit maiorem rationem, quā velocitas B ad C. Quod &c.

Corol. 3.  
prop. 2.  
huius.

### C O R O L.

**E**X his constat, quòd in sectionibus plurimum a Canalis initio remotis fieri potest, ut differentia velocitatum sensibiliter æqualis sit; præcipuè in ijs, quæ non multam habent altitudinem, cum proportio semper magis, & magis ad æqualitatem accedat.

### S C H O L.

**C**Um itaque ferè semper in sectionibus fluminum distantia superficiei aquæ a principio canalis insensibiliter differat a distantia fundi ab eodem principio, sumi poterit physicè velocitas fundi æqualis velocitati superficiei, cum præcipuè aqua in fundo sectionis retardetur propter

Con-



contactū eiusdem fundi, vnde fit, vt in fluminibus, præsertim paruæ altitudinis, aliquando velocior sit aqua in superficie, quàm in fundo.

P R O P. V.

**P**arabolam assignare, in qua sumi possit mensura velocitatum in perpendiculari alicuius sectionis.

Sit canale inclinatū ABG, cuius initium A, sectio B, eiusque altitudo BC: oportet parabolam assignare, in qua sumi possit mensura omnium velocitatum existentium in linea BC.

Fig. 13.

Per A ducatur horizontalis AF, & producaturs BC, donec cum AF concurrat in F, & circa axim BF describatur semiparabola FHG. Dico hanc esse parabolam quæsitam. Ducantur enim perpendiculares BD, CE ad AF, & semiorinatae BG, CH &c. Et quoniam velocitas in B ad velocitatem in C subduplicatam habet rationem BD ad CE; est autem BD ad CE propter similitudinem triangulorum, vt FB ad FC; erit velocitas in B ad velocitatem in C subduplicata eius, quam habet FB ad FC; sed eandem rationem subduplicatam habet BG ad CH; ergo velocitates B, & C erunt inter se, vt BG ad CH. Quare si BG intelligatur velocitas puncti B; erit CH velocitas puncti C, & LM puncti M, & sic de cæteris. Quare parabola FBG erit mēsurā omnium velocitatum perpendicularis BC, Quod &c.

Prop. 1.  
Fig. 13.  
145.

C O R O L L A R I V M.

**E**X his patet spatium parabolicum CBGH esse complexum omnium velocitatum perpendicularis BC.

Data

## P R O P. VI.

**D**ata in spatio parabolico semiordinatarum ratione, & segmento axis inter semiordinatas, inuenire axim parabolæ.

Fig. 14.  
& 15.

Sit in spatio parabolico ABCD data poportio, quam habet AB ad CD, & segmento axis AC: oportet inuenire altitudinem axis parabolæ.

Fiat quadratum semiordinatæ maioris CD, quod sit EH; quadratum verò minoris AB sit EF positum ad communem angulum E; fiatque, vt quadratorum differentia, idest vt gnomon ILM ad quadratum EF, ita AC ad aliam ipsi in directum continuatam AG. Dico totam CG esse axim quæsitum.

Quoniam enim vt gnomon ILM ad quadratum EF, ita CA ad AG, erit componendo vt gnomon, & quadratū EF, idest quadratum EH ad quadratum EF, ita CA vnà cum AG, idest tota CG ad GA; ergo vt GC ad GA, ita quadratum EH, siue CD ad quadratum EF, siue AB. Quare punctum G erit vertex parabolæ. Quod &c.

## C O R O L. I.

**I**Taque si AB, CD datæ sint in partibus segmenti AC, nō solū dabitur altitudo parabolæ, sed & eius amplitudo.

## C O R O L. II.

Fig. 13.

**E**X hac propositione sequitur, quòd, in figura propositionis antecedentis, si dabitur ratio velocitatum BG, CH, & perpēdicularis sectionis BC, inuenietur axis BF parabolæ mēsurantis omnes velocitates perpendicularis BC,

Immo



COROL. III.

**I**mmò, si ulterius notus sit angulus inclinationis BAD, trigonometricè innotescet AB, & BD, idest distàtia fundi sectionis ab initio alvei, & eiusdem distantia ab horizontali per initium alvei; in triangulis enim ABD, ABF; præter latus BF, noti erunt omnes anguli .

PROP. VII.

**S**patium Parabolicum quadrare .

Sit spatium parabolicum ABCD, cui oporteat equale rectangulum inuenire. Fig. 16.

Inueniatur altitudo axis CE; fiatque parabolæ AEB æquale rectangulū AF, & similiter parabolæ CED æquale fiat rectangulum CG; producatursq; AB, & ut CA ad AE, siue ut HO ad OG, ita sit KO ad OL, & compleatur rectangulum HI. Dico rectangulum CI æquale esse spatio parabolico CABD. Archim.  
de quadr.  
parab.  
prop. 24.

Quoniam n. rectangulum AF est æquale parabolæ AEB, & rectangulum CG parabolæ CED; ablato ex rectangulo CG, rectangulo AF; & ex parabola CED, parabola AEB, remanebit spatium KFGHCAK æquale spatio parabolico CABD; itaque ablato communi rectangulo CO remanebit rectangulum FO æquale reliquo spatio parabolico HOBD; sed rectangulum FO est æquale rectangulo HI, quoniam latera habent reciproce proportionalia; ergo rectangulum HI æquale erit spatio parabolico HOBD: addito itaque communi rectangulo CO, erit totum rectangulum CI æquale spatio parabolico CABD. Quod &c.

In

## P R O P. VIII.

**I**N Canale inclinato mediam velocitatem cuiusvis perpendicularis inuenire.

Fig. 17.

Sit in canale inclinato sectio B, cuius altitudo BC: oportet mediam velocitatem perpendicularis BC inuenire.

Prop. 5.  
huius.

Describatur parabola, quæ sit mensura velocitatum perpendicularis BC; ductisque BE, CH semiordinatis, fiat rectangulum BF æquale spatio parabolico BCHE, cuius latus FI secabit parabolam in aliquo puncto G, & per G ducatur GK semiordinata ad axem BD, secans ipsum in puncto K. Dico in puncto K esse mediam velocitatem quaesitam, eamque exprimi per lineam KG.

Prop. 7.  
huius.

Si enim omnes partes aquæ in perpendiculari BC fluere æquali velocitate, certum est, quod, dum C peruenit ad F, etiam K perueniret ad G, & B ad I; quare tunc rectangulum BF esset complexus velocitatum perpendicularis BC, sed spatium parabolicum BCHE est complexus velocitatum perpendicularis BC, & rectangulum BF est æquale dicto spatio parabolico; ergo æqualis est complexus velocitatum, siue aqua fluat sola, & vniformi velocitate KG, siue inæqualibus BE, CH &c. ergo, ex demonstratis in primo libro, etiam quantitates aquæ æquales essent, & consequenter HG erit media velocitas.

## A L I T E R.

**Q**Voniam rectangulum BF æquale est spatio parabolico BCHE, ablata cõmuni portione CHGIB remanebit trilineū HGF æquale trilineo IGE; sed velocitas HG superat omnes velocitates minores, velocitatibus, quæ cõtineri possunt in trilineo HGF; superatur autem a velocitatibus maioribus ea portione, quæ continetur in tri-



trilineo IEG; ergo cum trilinea sint æqualia, tantundem HG superabit minores velocitates, quantum superatur a maioribus; & consequenter erit media velocitas. Quod &c.

E X E M P L V M.

QVo tria superiora problemata arithmetice solvuntur. Sit altitudo sectionis BC pedum 4; proportio verò velocitatum BE, & CH, sit ea, quam habet 3 ad 4, siue ad faciliorem calculum 9 ad 12 (quomodo per experimēta inuenienda sit velocitatum proportio, inferius docebimus) fiant velocitatum 9 & 12 quadrata .v. 81, & 144, & minus a maiori subtrahatur, eritque differentia 63. Itaque per regulam auream, vt 63 ad 81, ita 4 ad 5 cum 1 septima, tantaque erit linea CD, residuum axis integræ parabolæ, & consequenter tota BD erit 9 cum 1 septima: ducatur BD axis 9 cum 1 septima in 2 tertias lineæ BE, videlicet 8, & productum 73 cum 1 septima, erit area parabolæ BDE: similiter ducatur axis DC in 2 tertias lineæ CH, idest 6, & productum 30 cum 6 septimis, erit area parabolæ DCH. Subtrahatur 30 cum 6 septimis a 73 cū 1 septima, & differentia 42 cum 2 septimis, erit BCHE. Itaque si 42 cum 2 septimis, diuidatur per BC 4; erit quotiens 10 cum 4. septimis reliquum latus reſtangiuli CF æqualis spatio parabolico BCHE. Vt autem inueniatur locus lineæ KG æqualis CF in axe BD, fiat eius quadratum  $111\frac{37}{49}$ , & per regulam auream, vt quadratum 81 ad quadratum  $111\frac{37}{49}$ , ita axis 5 cum 1 septima ad axim DK  $7\frac{295}{3087}$ , quare ablato ex DK axe DC 5 cum 1 septima, remanebit CK  $1\frac{2941}{3087}$ , siue, si perpendicularis BC sit in mensura pedum, pedes 1 vnc. 11 cum dimidia proximè. Quare locus velocitatis mediæ erit tantundem demersus infra aquæ superficiem.

E

Pro-

## P R O P. IX.

**P**roportionem velocitatum Mechanicè inuenire.

*Fig. 17.*

Ex data longitudine canalís, siue distantia initij eiusdem a sectione, & angulo inclinationis, facílè inuenietur ratio velocitatum superficiei, & fundi; cum .n. triangulum ABD sit rectangulum ad B, & angulus DAB inclinationis sit cognitus, & vltèrius notum sit latus AB; nota etiã fiet per trigonometriam altitudo parabolæ BD, qua cognita, & altitudine alicuius perpendicularis in sectione v.g. BC; erit ratio velocitatis B ad velocitatem C subduplicata eius, quam habet DB ad DC.

Nisi vero sit cognita distantia sectionis ab initio aluei, ex ijs, quæ supra demonstrata sunt propositione 6, euident est conuersum, .v. data proportionè velocitatum BE, CH &c. reliqua inotescere.

*Fig. 18.*

Opportet igitur in præsentí modum assignare, quo mechanicè nota fiat huiusmodi proportio. Sit perpendicularis horizonti AD, & pendulum AB, quod sustentetur extra perpendicularem potentia BC: ostendit Herigonius prop. 9. suæ Mechanicæ, quod si ex B erigatur BE parallela DA, & per E ducatur EF parallela BC, & alia EC parallela AB; erit BE ad BC, vt pondus B in perpendiculari AD ad potentiam BC. Intelligatur eleuatum pendulum in H, & fiat HK æqualis ipsi BE; erit ergo etiã in hoc casu pondus in perpendiculari ad potentiam HI, vt HK ad HI; cūq; BE, & HK sint æquales, erit vt potentia BC ad potentiam HI, ita BC ad HI. Quare si potentiæ BC, & HI operentur per lineas horizontales; cum in eo casu anguli KHI, EBC sint recti, erunt HI, BC tangentes angulorum inclinationis HKI, BEC; quare in hoc casu potentiæ erunt, vt tangentes angulorum inclinationis. Si verò potentiæ non sint horizontales, si tamen sit notus earum angulus cum linea verticali, vnà cum angulo inclinationis penduli cognoscetur nihilominus



nus trigonometricè earundem potentiarum ratio; etenim supposita HK quantitatis cuiuslibet arbitrariæ, erit in triangulo HKI notum latus HK, vnà cum angulis HKI inclinationis penduli, & KHI tractionis; quare innotescet latus HI, & similiter in altero triangulo EBC innotescet BC ad communem mensuram cum HI, si BE eius mensuræ supponatur, qualis supposita est KH; quam proportionem ergo habebunt HI, BC, eandem habebunt trahentes potentia. Cum vero perinde sit, siue potentia agat trahendo per HI, ac vrgendo per MH, vel NB, cū æqualiter in vtroque casu ab ipsis, vnà cum potentijs AH, AB fiat æquilibrium cum pondere B, vel H; nota etiam erit potentiarum MH, NB impellentium ratio.

Vt igitur velocitatum quæsitæ ratio inueniatur, pendulum aptetur quadranti in gradus, & minuta diuiso, cuius vnum latus ponatur verticale, demittaturque pondus B in aqua canalis alicuius, ita vt centrum ipsius cohæreat superficiei aquæ: euidentis est velocitatem aquæ distracturam pendulum a directione versus centrū. Diligenter ergo obseruetur angulus inclinationis. Deinde demisso pendulo (inuariata tamen fili longitudine) vsque ad fundum canalis; ita tamen, vt ab eo non impediatur, denuo obseruetur angulus inclinationis. Quoniam igitur potentia detinens pendulum in angulo inclinationis est ipsa Aquæ fluentis velocitas, tam in fundo, quàm in superficie; in aqua enim stagnante pendulum dirigitur versus centrum sine vilo angulo; erit ratio potentiarum eadem, ac velocitatum. Quare si superficies aquæ, vel nullo modo, vel insensibiliter sit ad horizontem inclinata; quam proportionem habebunt tangentes angulorum inclinationis, eandem habebunt & velocitates. Si verò sensibilis sit superficiei aquæ ab horizonte declinatio ea mensuranda erit, & angulo recto addenda, & fiet angulus tractionis, quo habito, vt supradictum est, eruitur velocitatum proportio. Quod &c.

E 2

Data

## P R O P. X.

**D**ato loco velocitatis mediæ, & angulo inclinationis canalís, spatium determinare, quod velocitas data apta est percurrere dato tempore.

*Fig. 19.  
¶ 20.* Sit datus H locus velocitatis mediæ, & angulus DAB: oportet determinare spatium, quod apta sit velocitas H pertransire ad datum tempus B.

Quoniam in inuentione puncti H, prius cognoscitur axis BD; erit in triangulo DKH notum latus DH, & præter angulum DKH rectum, etiã angulus KDH complementum anguli KAB inclinationis, quare innotescet latus KH. Itaque velocitas media H eadem est, ac si flueret aqua e vase sub altitudine KH.

*Fig. 21.  
¶ 22.* Sit igitur Vas NO, in quo altitudo OM, & lumen MP sit notæ superficiei, v.g. quadratum vnus vnciæ, cuius velocitas media sit R; sit autem altitudo RO æqualis altitudini KH, & supponatur, quod per lumen PM fluxerit tempore L, quod sit horæ minutum, pes cubus Aquæ v. g. QS: hæc quantitas intelligatur conformata in prisma rectum, cuius basis sit ipsum lumen v. g. VX, & altitudo XY; erit igitur XY velocitas media luminis PM, & propria puncti R; quoniam itaque notum est, tam lumen VX, quàm basis cubi QT, erit & nota ratio QT ad VX; & quoniam prismata QS, VY supponuntur æqualia, erit vt VX ad QT, ita reciprocè TS ad XY, sed TS est altitudo nota; ergo & XY erit nota. Quod &c.

## E X E M P L V M.

**I**N nostro casu, quoniã QT est basis pedis cubi, idest pes quadratus; erit QT vnciarũ 144 quadratarum; VX verò est vncia vna quadrata; vt igitur vncia vna ad vncias 144, ita pes vnus altitudinis TS ad pedes 144 altitudinis XY; quare velocitas media puncti R, siue puncti H est apta per-



percurrere pedes 144, tempore L, siue vno horæ minuto,

## C O R O L.

**I**Taque inuenta, per repetita experimenta, quantitate aquæ fluentis, per datum lumen, e vase sub certa altitudine intra tempus constitutum, in quo quidem maxima opus est diligentia, non solum determinabitur spatium correspondens illi velocitati, sed & spatia quarumcumque velocitatum sub maioribus, vel minoribus altitudinibus per prop. primam huius libri. Nos suo loco tabulam exhibebimus, prout per experimenta nobis licuit inuenire, in qua quidem tantum non fidimus, vt ad maiorem præcisionem redigi non posse, existimemus.

## S C H O L I V M.

**S**atiùs est, in determinanda quantitate aquæ transeuntis per datum lumen dato tempore, loco linearium mensurarum, vt ponderibus. Si enim ponderetur aqua fluxa tempore vnus minuti; eius quantitas vsque ad granum poterit præcisè determinari: parato deinde vase, cuius interna cauitas sit cubica, & latus v.g. vnus vnciæ linearis, idē aqua impleatur, & deinde eius pondus diligentissimè per bilancem examinetur, quod erit pondus vnus vnciæ cubicæ aquæ. Si deinde totum pondus diuidatur per pondus inuentum vnciæ vnus cubicæ aquæ; quotiens erit numerus vnciarum cubicarum, quibus æqualis est tota aqua, quare hæc intelligetur conformata in prisma rectum, cuius basis vncia vna quadrata, & altitudo tot vnciarum linearium; quot erunt in quotiente prædicto vnciæ cubicæ, quo prismate si utemur loco cubi QS, habebitur altitudo XY, meo iudicio exactissima.

Aduertendum & est, quòd, licèt lumina circularia primo visu

visu videantur aptiora ratione minoris circumferentiæ, & consequenter contactus; nihilominus tamen, vt facilius determinari possit distantia loci velocitatis mediæ ab aquæ superficie, melius est vti luminibus quadratis, vel reëctangulis in ærea lamina, quantum fieri possit subtili, & læuigata, insculptis, quorum latera inferiora, & superiora sint horizontalia, quæ quidem lumina, quò ampliora, eò meliora erunt propter minorem contactum; dummodo tamen tota simul claudi, & aperiri possint, initio, & fine dati temporis.

Inuenietur autem media luminis velocitas ea methodo, qua in sectionibus prop. 8. inuenta est, supponendo lineam OM, altitudinem aquæ supra marginem inferiorem luminis, esse axim parabolæ, & altitudinem luminis MP esse altitudinem sectionis.

## C O R O L. II.

**E**X dictis patet, quòd si spatium debitum velocitati, & perpendicularis, vnà cum latitudine sectionis, sint ad comunem mensuram, & multiplicetur spatium in perpendicularem, & productum multiplicetur per latitudinem; consurget quantitas aquæ fluentis per sectionem, tempore, sub quo est determinatum spatium. Exempli gratia, Si spatium correspondens velocitati mediæ sectionis BC pro vno minuto temporis sit pedes 144; sitque altitudo, siue perpendicularis sectionis pedes 12; latitudo vero pedes 50; Multiplicetur 144 per 12, & productum 1728 ducatur in 50; huius productum 86400 erit numerus pedum cubicorum transeuntium per datam sectionem durante vno minuto. Idem proueniet, si latitudo, & altitudo sectionis, & spatium correspondens velocitati indiscriminatim vnū ducatur in alterum, & productum multiplicetur per tertium; quartus enim numerus consurgens erit quantitas aquæ quæ sita.

*Finis Secundi Libri.*

LIBER




# LIBER TERTIVS

39

Continens mensuram aquarum fluentium in Canalibus horizontalibus, tam solitarijs, quàm unitis cum alijs horizontalibus.

## DEFINITIONES.

I.  Analis horizontalis is est, cuius fundus æqualiter vbique distat a centro gravium; hoc est se accomodat sphericæ superficiesi terrestri, quæ quoniam in parua distantia non differt a plano sensibilibus; ideo fundum canalis horizontalis sæpiùs tamquam planum aliquod considerabimus.

II. Mensura proportionalis aquæ fluentis nil aliud est, nisi proportio, quæ intercedit inter aquæ quantitates eodem, vel æquali tempore fluentes, per vnam, vel plures sectiones, quæ mensura non solum locum habet in canalibus horizontalibus, sed in alijs quibuscumque.

III. Cubus aquæ est numerus ex certis regulis confurgens, qui alio consimili comparatus ostendit proportionem aquarum, quarum sunt cubi.

IV. Centrum velocitatis dicatur punctum alicuius perpendicularis in sectione, quod correspōdet mediæ velocitati eiusdem perpendicularis.

In

## PROPOSITIO I.

**I**N Canalibus horizontalibus ab vna parte apertis; si ex aduersa parte Aqua subministretur, quæ apta sit sub aliqua altitudine fluere; aquæ fluxus contingeret, & continuabitur vsque ad exitum; dummodo tamen canalium fundus, vel altior sit extremo termino fluxus, vel saltem in eadem, cum ipso, linea horizontali.

Fig. 23.

Sit Canale AB apertum ad partes B, cuius fundus AB horizontalis, sit altior, vel in eadem horizontali cum extremo termino fluxus B, eique ad partes A suppeditetur aqua constituta in altitudine AC. Dico aquam fluxuram ab A ad B.

Quoniam enim aqua non potest consistere in altitudine AC, nisi extremo termino contineatur, propter generalem naturam corporum fluidorum; nullusque ex hypothesi in B sit talis terminus; sequitur, quod aqua debeat sese complanare æqualiter supra fundum AB; sed hoc non potest contingere, nisi aqua ab A fluat in B; ergo fluxus aquæ fiet ab A in B. Et quoniam per successiuam depressionem altitudinis AC; successiuè pariter noua aqua subministratur, ex hypothesi, apta eandem altitudinè reintegrare; denuo aqua non poterit consistere in ea altitudine, & successiuus continuabitur motus ab A in B, patente exitu in B. Quod &c.

## PROP. II.

**V**Elocitas, qua fluit Aqua per canale aliquod horizontale eadem est, qua fluere e vase aqua pleno, cuius altitudo eadem, ac altitudo viua aquæ in canale horizontali.

Fig. 23.

Intelligatur enim Canale horizontale AB fluens sub altitudine AC, sectum plano verticali FD; sitque aquæ & pla-



plani sectio parallelogranum FD, ita vt tollatur fluxus. Certum est aquam inter A, & D ita vrgere planum DF, vt patente exitu, eadem fluere, qua prius, velocitate; plani enim vices in fluxu continuato gerit aqua infra sectionem, sustentans aquam in sectione in eadem altitudine. Intelligantur igitur in plano DF insculpta plura lumina, ex quibus aqua erumpat, siue ob maiorem demonstrationis facilitatem, lumina intelligantur insculpta perpendiculari DG; sintque v.g. D, H, & quaecumque alia possibilia inter D, & G; ita vt tota DG sit veluti infinita lumina, siue velut vnum lumen ex infinitis luminibus compositum; fluere ergo Aqua per perpendicularem GD eadem velocitate, qua e vase CF clauso erumperet, sed hæc eadem est, ac velocitas, qua prius aqua fluebat per perpendicularem GD; ergo aqua GD fluit per canale horizontale, ac si erumperet e lumine GD, & consequenter aqua tota fluens per parallelogramum DF eadem fuit velocitate, qua erumperet e vase aqua pleno per lumen DF, & sub altitudine DG. Quod &c.

C O R O L L A R I V M.

**E**X hac, & prima propositione secundi libri, patet velocitates perpendicularium in sectionibus canalium horizontalium inter se esse in subduplicata ratione abscissarum vsque ad superficiem aquæ, vt, si sit perpendicularis AB, erit velocitas puncti B ad velocitatem puncti C in subduplicata ratione linearum AB, AC.

Fig. 24.

C O R O L. II.

**H**Inc, si axi GC describatur parabola CGD, & intelligatur linea CD, vt velocitas puncti C; erit AB velocitas puncti A, & sic de singulis, & tota parabola CGD erit simul, & mensura, & complexus velocitatum perpendicularis GC.

F

Si-

## C O R O L. III.

**S**icuti constat, velocitatem fundi CD maximam esse, reliquas autem semper minores, & minores, quò superficiali viciniores; dummodo tamen altitudo GC sit viua, .i. aliquis non subsit gurges, aut impedimentum; eò tunc enim non solum retardatur aquæ velocitas, adeo vt superioribus minor sit; sed aliquoties fit stagnans, & pluries motum suum retrorsum conuertit, quod pendulo non semel experti sumus. Quod dictum sit, ne aliquis in experiendo errorem incidat; facile enim in fluminibus irregularibus, nisi necessaria aduertat, poterit perperam iudicare.

## P R O P. III.

**D**ato complexu velocitatum alicuius perpendicularis in canale horizontali, inuenire eius velocitatem mediam.

Fig. 24.

Sit perpendicularis AB, eiusque complexus, & mensura velocitatum, parabola BAED: oportet mediam velocitatem perpendicularis AB inuenire.

Diuidatur BD in tres partes æquales BG, GH, HD, & ex his assumantur duæ BG, GH. Dico lineam BH esse velocitatem mediam quæsitam. Erigatur enim a puncto H perpendicularis HI, secans parabolam in E, & per E ducatur EC semiordinata axi AB, compleaturque parallelogramum BI, & producta BD in F, fiat DF æqualis GH, & iungantur AF, AD. Quoniam igitur linea BF est sesquitertia lineæ BD, ex constructione; erit & triangulum ABF trianguli ABD sesquitertium; sunt enim inter se, vt bases; sed etiam parabola AED sesquitertia est eiusdem trianguli ABD; ergo triangulum ABF parabolæ BAED æquale erit; sed etiam parallelogramum BI æquale est triangulo BAF; quoniam

in

Archim.  
de quadr.  
parab.  
prop. 24.



in basi dimidia, & altitudine eadem; ergo parallelogramū  
BI parabolæ BAED æquale est; ablata ergo communi  
portione BAEH, remanebit trilineum AEI æquale trilineo  
EHD, sed trilineo AEI mensuratur defectus velocitatum  
superiorum inter A, & C a velocitate CE, & trilineo HED  
mensuratur excessus inferiorum supra CE, ergo cum exces-  
sus, & defectus sint æquales; erit CE, vel BH ipsi æqualis,  
velocitas media. Quare dato complexu velocitatum &c.  
inuenta est media velocitas. Quod &c.

SCHOLIUM.

**I**dem aliter ostendi posset, nam si omnes partes perpen-  
dicularis AB fluereut æquali velocitate; tempore, quo  
C peruenit ad E, eodem etiam A perueniret ad I, & B ad  
H, & sic de cæteris; ideoque parallelogramum AI esset  
complexus velocitatum perpendicularis AB, sed parabola  
BAED est complexus velocitatum naturalium eiusdem  
perpendicularis AB; ergo complexus velocitatum æquales  
essent, & cōsequenter etiā quātitates aquæ, siue fluat aqua  
AB velocitate vniiformi CE, siue difformi iuxta rationem  
semiordinatarum in parabola; & consequenter erit CE ve-  
locitas media. Quod &c.

Corol.  
prop. ul-  
tima 1. hu-  
ius.

COROL. I.

**Q**uoniam, per axioma primum, quælibet perpendicu-  
laris eadem habet velocitates in eadem sectione; e-  
rit velocitas media vnus perpendicularis, ve-  
locitas etiam media integræ sectionis.

F 2

Hinc

## C O R O L. II.

**H**inc patet velocitatem maximam ad mediam habere rationem sesquialteram; est enim maxima semior-dinarum BD ad DH, siue CE velocitatem mediam, in ratione sesquialtera.

## C O R O L. III.

**C**onstat vlteriùs, quòd si vna, eademque, vel æquales parabolæ assumantur pro velocitatum mensura; velocitates mediæ in perpendicularibus diuersæ altitudinis, erunt inter se in subduplicata ratione perpendicularium; cum enim maximæ ad medias sint in ratione sesquialtera; erunt singulæ maximæ ad suas medias in eadem ratione, & permutando maximæ inter se in eadem ratione erunt, ac mediæ inter se: sed maximæ inter se sunt in ratione subduplicata suarum perpendicularium; ergo etiam mediæ in eadem ratione erunt.

## C O R O L. IV.

**P**atet etiam, punctum C perpendicularis AB esse locum velocitatis mediæ, quod punctum, siue Centrum velocitatis dicere possumus.

## C O R O L. V.

**H**oc igitur centrum velocitatis semper erit demersum infra superficiem aquæ ita, vt eius distantia a superficie sit 4 nonæ partes totius perpēdicularis, cū .n. maxima velocitas ad mediam sit in ratione sesquialtera; si maxima supponatur 3, erit media 2; quare vt quadratū 3, idest



ideft 9 ad quadratum 2, ideft 4, ita AB ad AC, ideoque si tota AB intelligatur diuifa in 9 partes erit AC 4 ex his partibus .

C O R O L . VI.

**C**Um igitur centrum velocitatis omnes perpendiculares similiter fecerit, ideft in ratione 4 ad 5; conſequens eſt, vt partes abſciſſæ a centro velocitatis inter ſe ſint, vt altitudines viarum ſectionum; quælibet enim abſciſſa ad ſuam perpendicularem rationem habet 4 ad 9; ideoque vt abſciſſa ad ſuam perpendicularem, ita altera ſimilis abſciſſa ad ſuam perpendicularem, & permutando vt abſciſſa ad abſciſſam, ita perpendicularis ad perpendicularem; ita vt eadem proportionem ſemper ſibi ipsis reſpondeant augmentum perpendicularis, & depreſſio centri velocitatis infra ſuperficiem aquæ.

C O R O L . VII.

**E**T quoniam velocitates mediæ inter ſe ſunt in proportionem perpendicularium ſubduplicata; ſunt autem perpendiculares inter ſe, vt abſciſſæ; erunt etiam velocitates mediæ in proportionem abſciſſarum ſubduplicata.

C O R O L . VIII.

**I**N Canalibus igitur horizontalibus velocitas media creſcit, & decreſcit per ſolam variationem altitudinis, & in ſubduplicata ratione diuerſarum altitudinum viarum; hinc in ijs canalibus, quorum ſunt æquales altitudines aquæ, æquales etiam ſunt velocitates mediæ.

Pa-

## P R O P. IV.

**P**arabolæ, quæ sunt mensura velocitatum in aquis fluē-  
tibus vniuersis, si earum maximarum ordinarum  
proportio eadem sit, ac proportio velocitatum mediarum,  
siue maximarum; eæ omnes inter se æquales erunt.

Fig. 25.

Sint duæ parabolæ CAE, CBD, quæ assumantur pro  
mensura velocitatum diuersarum sectionum, siue in canali-  
bus horizontalibus, siue inclinatis; sitque proportio veloci-  
tatis maximæ correspondentis altitudini parabolæ AC ad  
velocitatem maximam correspondentem altitudini BC  
eadem, ac CE, ad CD. Dico parabolam ACE esse æqua-  
lem parabolæ CBD.

Disposita enim vtraque ad cōmunem axem; ita vt ma-  
ximæ semiordinatæ coincidunt, per D erigatur DF paralle-  
la axi AC, secans lineam parabolicam AFE in F, & per F  
ducatur FG semiordinata, & consequenter parallela CE.  
Quoniam igitur vt AC ad CB, ita quadratum CE ad qua-  
dratum CD, siue FG; erit vt quadratum CE ad quadra-  
tum FG, ita AC ad CB; sed vt quadratum CE ad quadra-  
tum FG, ita est AC ad AG; ergo vt AC ad AG, ita AC  
ad CB; ideoque erunt AG, CB inter se equales; addita igi-  
tur communi GB; erit AB ipsi GC æqualis; sed GC æqua-  
lis est FD; ergo etiam AB æqualis erit eidem FD: Simili-  
ter ostendetur MH æqualem AB; ideoque & æqualem ip-  
si FD. Cum igitur AB, MH, FD &c. sint æquales, erunt pa-  
rabolæ AFE, BHD æquales. Quod &c.

Greg. à S.  
Vinc. de  
parab. pr.  
333.

## C O R O L.

**E**T quoniam parabolæ æquales, si diuersos habeant ver-  
tices, & ad eundem axim constituentur, inter se sunt  
parallelæ, siue asymptoticæ, quarum proprietas est, vt ea-  
rum



rum perimetri continuati semper magis , & magis ad inuicem accedant; nunquam tamen se secent , aut tangerent ; sequitur, quòd in eadem sectione sub diuersa altitudine, velocitates mediæ quidem inæquales erunt ; attamen velocitatum mediarum incrementa per æquales altitudines superadditas, semper magis, & magis minora fient .

P R O P . V.

**Q**uantitates aquæ in sectionibus canalium horizontalium eiusdem latitudinis , sed diuersæ altitudinis, inter se sunt in triplicata proportionem velocitatum maximarum.

Sint sectiones BH, BI eiusdem latitudinis BK, sed diuersæ altitudinis BC, BA; sitque velocitas maxima sectionis BH, linea BD; sectionis vero BI velocitas maxima sit BE, ita vt velocitatum maximarum proportio sit ea, quæ intercedit inter BD; & BE. Dico quantitatem aquæ per BH ad quantitatem per BC esse in ratione triplicata BD ad BE.

Fig. 26,

Ducantur enim parabola BCD, BAE, KHG, KIF, quæ, per propositionem antecedentem, omnes erunt æquales . Et quoniam BC, KH perpendiculares sunt æquales ; erunt & earum maximæ velocitates æquales, videlicet BD, KG. Similiter ostendetur BE, KF esse æquales; & quoniam binæ binis sunt parallelæ; erit planum ABE plano IKF parallelum; si itaque per perimetrum binarum parabolarum intelligatur circumuolui linea parallela AI, vel IF describetur superficies cylindrici parabolici. Intelligantur igitur completi huiusmodi cylindrici CBDGHK, ABEFIK; Et quoniam parabola BCD est complexus velocitatum perpendicularis CB, & parabola KHG est complexus velocitatum perpendicularis HK ; suntque similes , & æquales complexus velocitatum in alijs perpendicularibus sectionis BH; erit omnium complexuum terminus in superficie cylindrici pa-

ra-

Canal.  
Geom. l. 2  
prop. 34.  
Corol. 4.

Greg. à S.  
Vinc. pr.  
241. de  
parab.

Prop. 15.  
1. huius.

rabolici CDGH; ideoque complexus velocitatum sectionis CH erit cylindricum BGHD. Simili modo ostendetur complexum velocitatum sectionis BI esse cylindricum parabolicum BFIE. Et quoniam ista duo cylindrica sunt æquæ alta; erunt inter se, ut bases, idest cylindricum BGHD ad cylindricum BFIE erit, ut parabola CBD ad parabolam ABE; sunt autem parabolæ æquales inter se in proportionem triplicata maximarum ordinarum, ergo cylindricum ad cylindricum erit in proportionem triplicata BD ad BE; sed cylindrica ostensa sunt esse complexus velocitatum sectionum; ergo complexus velocitatum sectionis BI ad complexum velocitatum sectionis BH, seu aqua fluens per BI ad aquam fluentem æquali tempore per BH, erit in triplicata proportionem maximæ velocitatis BD ad maximam velocitatem BE. Quod &c.

### SCHOLIUM.

Prop. 6.  
1. huius.

Fig. 27.

**H**Æc propositio aliter, & breuius posset ostendi. Cum enim quantitates aquæ habeant inter se rationem compositam ex proportionem sectionis ad sectionem, & velocitatis mediæ ad velocitatem mediam; sit autem proportio sectionum, æqualis, vel eiusdem basis eadem, ac altitudinum; erit proportio aquæ ad aquam composita ex proportionem altitudinis ad altitudinem, & velocitatis mediæ ad velocitatem mediam, idest erit composita ex proportionem altitudinum, & ex subduplicata earundem altitudinum. Sit igitur prima altitudo A, secunda C; eritque proportio aquarum composita ex proportionem A ad C, & ex subduplicata A ad C. Si ergo inter A, & C inueniatur media proportionalis E, & quarta addatur B; erit proportio A ad B composita ex proportionem A ad C, idest altitudinum, & C ad B, idest velocitatum mediarum, sed proportio A ad B est triplicata eius, quam habet A ad E, idest veli-



locitatis mediæ per A ad velocitatem mediam per C; ergo quantitas aquæ per A ad quantitatem aquæ per C est in ratione triplicata velocitatum mediarum. Quod &c.

C O R O L . I.

**E**T quoniam maximæ velocitates sunt proportionales medijs; erunt & quantitates aquæ in triplicata ratione mediarum velocitatum.

Corol. 3.  
prop. 3.  
huius.

C O R O L . II.

**P**Ariter, quoniam velocitates mediæ inter se sunt in subduplicata ratione altitudinum; sequitur, quantitates aquæ esse inter se in triplicata proportionem eius, quæ est subduplicata altitudinum.

C O R O L . III.

**E**X his facilis confurgit methodus inveniendi mensuram proportionalem abstractam, siue proportionem, quæ habent inter se aquæ fluentes per diuersas sectiones canalium horizontalium æqualis latitudinis. Si enim altitudines duarum sectionum inuicem multiplicentur, & a producto extrahatur radix quadrata; erit proportio maioris perpendicularis ad radicem inuentam, ea, quam habet maior velocitas ad minorem, siue maxima, siue media; cuius termini si cubentur; idest si multiplicentur in se, & productum denuo multiplicetur per radicem; erit cuborum proportio eadem, ac aquarum eodem, vel æquali tempore fluentium; sunt enim cubi velocitatum inter se; sicuti & quantitates aquæ, in ratione triplicata velocitatum.

G

Sit

## E X E M P L V M.

**S**It altitudo perpendicularis AB pedes 25; altitudo verò perpendicularis BC pedes 9: inquirere oportet proportionem, quam habet aqua fluens per BC ad aquam fluentem æquali tempore per AB. Multiplicetur igitur 25 per 9, fietque productum 225, cuius radix quadrata 15: erit itaque proportio velocitatis BE ad velocitatem DB, vt 25 ad 15 (est enim 15 medius proportionalis inter 25, & 9) siue vt 5 ad 3. Si ergo BE supponatur esse 5: erit BD 3; & facto cubo primi termini 5, idest 125; & secundi 3, idest 27: erit proportio aquæ fluentis per AB ad aquam fluentem per CB, vt 125 ad 27. Hi autem numeri possunt dici Numeri cubici aquarum fluentium, quorum frequens erit vsus.

## C O R O L. IV.

**S**I vero latitudines non sint æquales; altitudines verò æquales; plane constat quantitates aquarum esse inter se, vt latitudines; cylindrici enim essent in eadem basi, quoniam æqualium perpendicularium æquales sunt velocitates maximæ, & consequenter inter se, vt altitudines, idest latitudines sectionum.

## C O R O L. V.

*Cavalér.  
Geom.  
lib. 2. pr.  
34. corol.  
4.*

**S**I verò neque latitudines, neque altitudines sint æquales; quoniam omnes cylindrici habent inter se rationem compositam ex proportionibus basium, & ex proportionibus altitudinum; erit proportio aquæ ad aquam composita ex ratione, quam habet latitudo primæ sectionis ad latitudinem secundæ, & ex triplicata velocitatis mediæ in prima sectione ad velocitatem mediam in secunda sectione; Hinc si fiant



si fiant cubi aquarum fluentium per vtramque sectionem, & cum eorum proportione componatur proportio latitudinum, quas habent sectiones; erit consurgens proportio eadem, ac aquarum: Vt si cubus primæ sectionis sit 125; secundæ verò 27; sitq; proportio latitudinis primæ sectionis ad latitudinem secundæ ea, quam habet 3 ad 1; fiat vt 3 ad 1, ita 27 ad 9; eritq; proportio 125 ad 9 ea, quam habet aqua fluens per primam sectionem ad aquam fluentem per secundam æquali tempore.

P R O P. VI.

**P**arabolam terminatam ita secare per aliquam ordinatam axi, vt parabola tota ad abscissam datam habeat rationem.

Sit parabola ABD secanda per lineam ordinatam axi AD; ita vt parabola ABD ad parabolam abscissam ad verticem v.g. ACE eam habeat rationem, quam F ad H. Fig. 24.

Inter F, & H inueniantur duæ mediæ proportionales, quæ licet geometricè haberi nō possint per loca plana; saltem haberi poterunt per loca solida, & lineas organicas, atque etiam numeris per approximationem; sintque hæ rectæ G, I, & vt F ad G, ita fiat DB ad aliam v.g. CE; fiatque vt quadratum DB ad quadratum CE, ita BA ad AC, & per C applicetur CE ordinata, quæ pertinebit ad parabolam. Dico parabolam ABD per lineam CE ita esse sectā, vt ad parabolam ACE eandem habeat rationem, quam F ad H.

Quoniam enim parabola ABD ad parabolam ACE rationem habet triplicatam eius, quam habet BD ad CE; est autem BD ad CE, vt F ad G; erit proportio parabolæ ABD ad parabolam ACE, triplicata eius, quam habet F ad G; sed etiam proportio F ad H triplicata est eius, quam habet F ad G; ergo parabola ABD ad parabolam ACE est, vt F ad H. Quod &c.

G 2

Si

## S C H O L.

**S**I verò parabola ACE augenda esset iuxta rationem datam H ad F, quod sæpius in mensura aquarum contingere potest; inuentis, vt supra, duabus medijs proportionalibus I, G, & producto axe AC indeterminatè, fiat vt H ad I, ita EC ad aliam v.g. BD, & vt quadratum CE ad quadratum BD, ita fiat AC ad AB, & puncto B applicetur BD ordinata, quæ ad parabolam pertinebit, sunt enim quadrata CE, BD inter se, vt AC, AB; quare continuata linea parabolica AE, transibit per B, eritque parabola CAE ad parabolam ABD, vt H ad F, quod facillè eadem methodo demonstrari potest, per assumpta in propositione superiori.

## S C H O L. II

**E**T, si secunda esset parabola ita, vt parabola abscissa ad verticem ad spatium parabolicum residuum datam rationem haberet, v.g. F ad H, facillè ex supra demonstratis fieri posset; diuisa enim parabola ABD ita, vt tota ABD ad abscissam ACE eam habeat rationem, quam F, vnà cum H, ad F, factum erit, quod quæritur, cum enim parabola ABD ad parabolam ACE ita sit, vt FH ad F; erit diuidendo, vt spatium CBDE ad parabolam ACE, ita H ad F, siue vt parabola ad spatium, ita F ad H.

## P R O P. VII.

**D**Ata quantitate aquæ fluentis in canale horizontali per sectionem datæ altitudinis, & latitudinis, & latitudine alterius sectionis; inuenire altitudinem eiusdem aque in secunda sectione.

Sit



Sit sectio canalis horizontalis CE, cuius latitudo DE, altitudo DC; sitque data GH latitudo alterius sectionis in eodem, vel eiusdem generis Canale; oportet inuenire altitudinem, quam faciet aqua fluens per sectionem CE, in sectione FH.

Fig. 28.  
29.

Quoniam quantitas aquæ fluentis per vtramque sectionem eadem est; erunt etiam complexus velocitatum vtriusque sectionis inter se æquales. Sit itaque complexus velocitatum sectionis CE, cylindricus CEI; secundæ vero sectionis FH, cylindricus FHK. Et quoniam cylindrici æquales reciprocant bases & altitudines; erit vt parabola CDI ad parabolam FGK, ita GH ad DE; sed proportio GH, ad DE est data, ergo etiam proportio parabolæ CDI ad parabolam FGK data erit; secetur ergo parabola CDI, ita vt parabola CDI, (quæ data est, quoniam data altitudo CD) ad parabolam CLM eandem habeat rationem, quam parabola CDI ad parabolam FGK; sitque semiordinata secans, recta LM; erit ergo parabola CLM eadem, ac parabola FGK, & consequenter CL erit æqualis FG altitudini quæsitæ. Quod &c.

Caval.  
Geom.  
lib. 2.  
prop. 34.  
corol. 4.

# COROLLARIUM.

ET quoniam datur proportio CD, ad CL; dabitur etiâ eius subduplicata DI ad GK, idest proportio velocitatum maximarum, vel mediarum.

## COROLL. II.

EX progressu huius demonstrationis constat, quòd si, loco latitudinis GH in secunda sectione, daretur altitudo FG; posset inueniri tam proportio velocitatum, quàm latitudo secundæ sectionis; data enim proportionem altitudinum, datur proportio velocitatum, quæ si lineis experimā-

G 3 tur

tur vt DI; GH ex multiplicatione 2 tertiariū vtriusque cum sua altitudine, seu axe, habebitur mensura vtriusque parabolæ; quare & dabitur proportio parabolæ FGK ad parabolam CDI, sed vt parabola FGK ad parabolam CDI, ita DE latitudo primæ sectionis ad GH latitudinem secundæ; est autem DE data; ergo etiam GH data erit.

## C O R O L. III.

**S**imiliter, si loco latitudinis, vel altitudinis secundæ sectionis, detur proportio velocitatum mediarum, vel maximarum vtriusque sectionis inter se; dabuntur, & altitudo, & latitudo secundæ sectionis. Si enim fiat, vt quadratum velocitatis primæ sectionis ad quadratum velocitatis secundæ, ita CD altitudo primæ sectionis ad FG; hæc erit altitudo secundæ, qua cognita, per corollarium antecedens, manifestabitur latitudo.

## C O R O L. IV.

**E**X contextu demonstrationis apparet, quòd cum parabola CDI ad parabolam FGK habeat rationem reciprocam latitudinum GH, DE; sit autem proportio parabolarum CDI, FGK triplicata eius, quam habet DI ad GK; sequitur latitudines esse in proportionem reciproca triplicata velocitatum; & consequenter velocitates medias diuersarum sectionum eiusdem canalis horizontalis, esse inter se in proportionem reciproca subtriplicata latitudinum, siue, vt radices cubicæ latitudinum reciproce.

## P R O P. VIII.

**D**atis duobus canalibus horizontalibus notæ altitudinis, & latitudinis, quorum vnus influat in alium, inueni-



uenire altitudinem, quam addet canale influens, primæ altitudini alterius.

Sit sectio Canalis influentis AC notæ altitudinis viuæ AB, & latitudinis BC; sectio verò secundi recipiētis sit DE, cuius altitudo viua cognita sit DF, eiusquē latitudo FE, oportet inuenire altitudinem, quam addet aqua sectionis AC, altitudini sectionis DE; si vtraque aqua simul fluat per sectionem HE.

Fig. 3<sup>a</sup>

Inter AB, DF inueniatur media proportionalis G; eritque, per corollarium 5 prop. 5, proportio aquæ AC ad aquam DE composita ex triplicata eius, quam habet AB ad G, & eius, quam habet BC ad FE; nota ergo erit proportio aquarum AC, DE; quare si aqua AC intelligatur addita aquæ DE; ita vt simul sectionem efficiant HE; erit nota proportio aquæ HE, ad DE. Itaque, cum quantitates aquæ sint inter se in proportionē triplicata velocitatum mediarum; erunt velocitates mediæ inter se in proportionē subtriplicata quantitatum aquarum, siue vt radices cubicæ earumdem quantitatum. Sint igitur huiusmodi radices cubicæ KM; ergo vt M ad K, ita velocitas mediæ aquæ DE ad velocitatem mediam aquæ HE; sed velocitates mediæ inter se sunt in proportionē altitudinum subduplicata, & altitudines inter se in proportionē duplicata velocitatum; ergo si tertia addatur proportionalis N; erit proportio M ad N, siue proportio quadrati M ad quadratum K ea, quam habebit altitudo FD ad altitudinem FH; ideoque erit excessus DH augmentum altitudinis quæsitum. Quod &c.

### SCHOLIUM.

**A**ltitudo HD intelligitur pro excessu secundæ altitudinis FH supra primam FD, ante ingressum aquæ AC; non verò pro altitudine, sub qua fluit aqua AC in sectione.

ctione HE; huius enim inueniendæ methodus alia est.

### COROLLARIUM.

**E**X serie inuentionis excessus HD, liquet methodus inueniendi conuersum problematis, videlicet; Data altitudine viua, quam facit aqua influens canalis horizontalis in alium canalem horizontalem notæ altitudinis, & latitudinis, inuenire proportionem aquę influentis ad aquam canalis, in quem influit.

### COROL. II.

**E**T, si canalis influentis vltterius nota sit latitudo, inuenietur eiusdem altitudo viua, & si altitudo nota fuerit inuenietur latitudo.

### COROL. III.

**Q**uod de augmento altitudinis dictum est, valet etiam de decremento, mediante exitu aquę, vel effluxu a canale horizontali; hinc data proportione aquę effluentis ad residuam, dabitur decrementum altitudinis, & dato decremento altitudinis, dabitur proportio aquę effluentis ad residuam; hinc si aqua effluens notæ fuerit quãtitatis, pariter nota erit quantitas residuę, & vtriusque simul.

### COROL. IV.

**S**imiliter, quod dictum est de influxu, & effluxu aquę per alios canales horizontales, valet etiam de augmento canalis quomodocumque facto, vel per pluuias, vel per maiorem fontium, lacuum &c. turgentiam, vt per se pater.

Se-



P R O P. IX.

**S**ectionem quamcumque canalís horizontalis, ita diuidere, vt partes aquam profundant in data ratione.

Sit sectio AD, cuius altitudo AB: oportet eam diuidere v.g. in tres partes AH, EI, FD; ita vt aqua per AH ad aquam per EI habeat rationem, quam habet L ad M; aqua verò per EI ad aquam per FD sit, vt O ad P.

Fig. 31.

Fiat, vt O ad P, ita M ad N, & intelligatur L aqua transiens per AH; erit ergo M aqua transiens per EI, & N transiens per FD; ideoque tota LN erit aqua transiens per integram sectionem AD. Deinde axi AB describatur parabola BAK; & diuidatur, per corollarium secundum prop. 6, in partes habentes proportionem, quam habet L ad M, & M ad N, sintque AEG, EFXG, FBKX; sitque diuisio facta per semiordinatas EG, FX, quæ occurrant axi AB in punctis E, F, per quæ ducantur EH, FI parallelæ vtrilibet linearum AC, BD. Dico, aquam per AH ad aquam per EI, habere eam proportionem, quam L ad M; aquam vero per EI ad aquam per FD habere eam proportionem, quam habet M ad N, siue O ad P.

Quoniam enim AEG, EFXG, FBKX sunt complexus velocitatum aquarum fluentium per partes perpendicularis AE, EF, FB; erunt per constructionem complexus velocitatum segmentorum AE, EF, FB inter se, vt L, M, N, sed in sectionibus æqualis latitudinis complexus velocitatum inter se sunt, vt quantitates aquarum; est vero eadem, vel æqualis latitudo sectionum AH, EI, FD; ergo quantitates aquarum per AH, EI, BD erunt inter se, vt L, M, N. Quod &c.

Prop. vlt.  
rim. 1.  
huius.

Ex

## COROLLARIUM.

**E**X hac propositione constat, quòd si detur proportio aquæ canalis influentis ad aquam canalis recipientis, de quibus prop. 8; poterit inueniri altitudo, sub qua fluit aqua canalis influentis, vel alia ipsi mole æqualis in superiori parte sectionis, de qua in scholio propositionis 8. Si enim diuidatur parabola iuxta proportionem aquæ influentis ad aquam canalis recipientis; erit axis parabolæ abscissæ ad verticem, v.g. AE altitudo quæsitæ; hæc autem necessario, in canalibus horizontalibus semper maior est excessu altitudinis auctæ supra primam; eo quòd, aucta altitudine, augetur etiam velocitas aquæ inter E, & B, & altitudo minuitur in proportionem velocitatis auctæ, decrementum verò primæ altitudinis reparatur ab altitudine AE, quæ quia semper eo maior est; efficit excessum, de quo propositione 8. Vide notata ad propositionem 10 libri primi.

## PROP. X.

**D**ata perpendiculari, siue altitudine viua alicuius sectionis, & latitudine eiusdem in canale horizontali; inuenire quantitatem aquæ absolutam, & determinatam transeuntem dato tempore per datam sectionem.

Fig. 24.

Sit data altitudo viua AB in aliqua sectione canalis horizontalis: oportet inuenire quantitatem aquæ absolutæ, idest in mensura determinata fluentem, dato tempore, per sectionem, cuius est perpendicularis AB.

Inueniatur, per prop. 3. huius libri, in AC centrum velocitatis mediæ, quod sit C; erit ergo AC 4 nonæ partes totius AB; & quoniam tota AB v.g. pedum 9 est data, etiam AC data erit pedum 4. Per propositionem igitur 10 libri 2, siue per tabulam suo loco exhibendam, cum ad exquisitam trutinam



tinam eam redegerimus, inueniatur spatium debitum velocitati aquæ sub altitudine AC; quæ supponatur esse v.g. pedes 120 in vno minuto; erit ergo CE pedes 120, quæ, si multiplicetur per totam AB pedes 9, productum 1080 erit mensura parabolæ BAD, siue rectanguli sub BA, CE contenti, quod si denuo multiplicetur per latitudinem sectionis, v. g. pedum 10, solidum inde confurgens 10800 erit quantitas aquæ fluentis vno minuto per datam sectionem in pedibus cubicis. Idem euenit, si area sectionis multiplicetur per spatium debitum velocitati. Constat autem ex dictis hanc esse veram mensuram; quia si omnes partes aquæ existentes in sectione, vel perpendiculari AB, ferrentur velocitate CE apta percurrere vno minuto pedes 120; confurgeret inde prisma rectum, cuius basis sectio data, & longitudo pedes 120; huius autem prismatis soliditas habetur per multiplicationem ad inuicem trium dimensionum. Quare &c.

C O R O L L A R I V M.

**E**T quoniam, per propositionem 5, datur proportio aquarum fluentium per datas sectiones canalium horizontalium; sequitur, quod si mensura aquæ sit exactè determinata in vna sectione, quod etiam experimento particulari sæpius repetito haberi potest; sequitur inquam, quod in altera quacumque sectione, haberi possit præcisè determinata: vt si supponatur quantitas aquæ fluens vno minuto temporis per sectionem, cuius AB est perpendicularis, esse 10800 pedes cubicos; sitque proportio cubi aquæ in hac sectione ad cubum aquæ in altera sectione, vt 1 ad 27; fiet per regulam auream, vt 1 ad 27, ita 10800 ad 291600; eritque hic numerus pedum cubicorum fluentium vnico minuto temporis per secundam sectionem.

*Finis Libri Tertij.*

*V. D. Fulgentius Orighetus Cler. Reg.  
S. Pauli, & in Metropol. Bonon.  
Pœnitent. pro Illustrissimo, & Reue-  
rendissimo D. D. Iacobo Boncompagno  
Archiepiscopo, & Principe.*

*Pro Reuerendissimo P. Inquisitore præ-  
dictum Opus attento animo legi, &  
nihil inueni, quod impresionem im-  
pediat.*

*Ego Io. Hieronymus Sbaraglia &c.*

*Stante Attestatione*

*Imprimatur.*

*Vicarius Generalis S. Officij Bononia.*



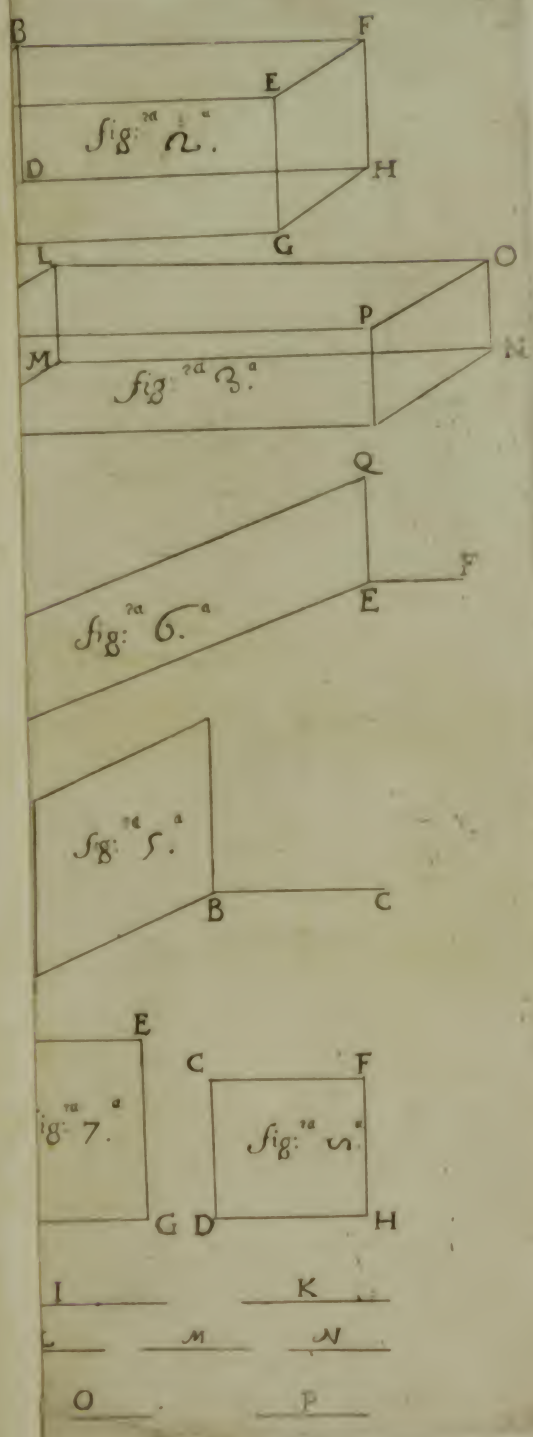


fig: 1<sup>a</sup> p<sup>a</sup>

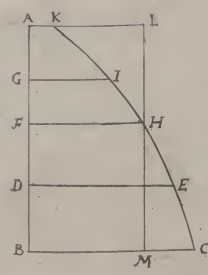


fig: 2<sup>a</sup> n<sup>a</sup>

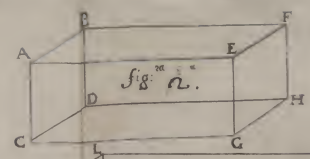


fig: 3<sup>a</sup> 3<sup>a</sup>

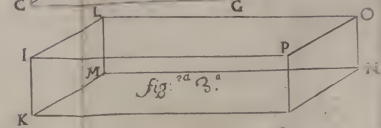


fig: 4<sup>a</sup> 6<sup>a</sup>

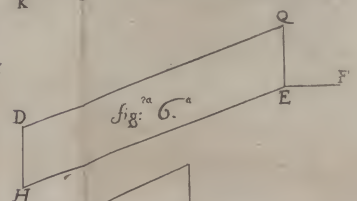


fig: 5<sup>a</sup> 5<sup>a</sup>

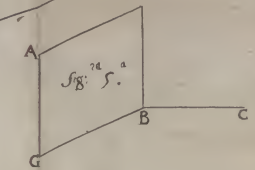


fig: 4<sup>a</sup>

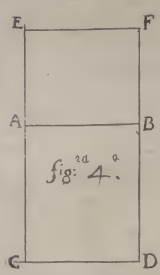


fig: 7<sup>a</sup>

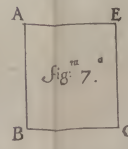
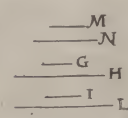
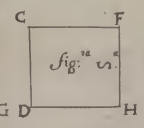
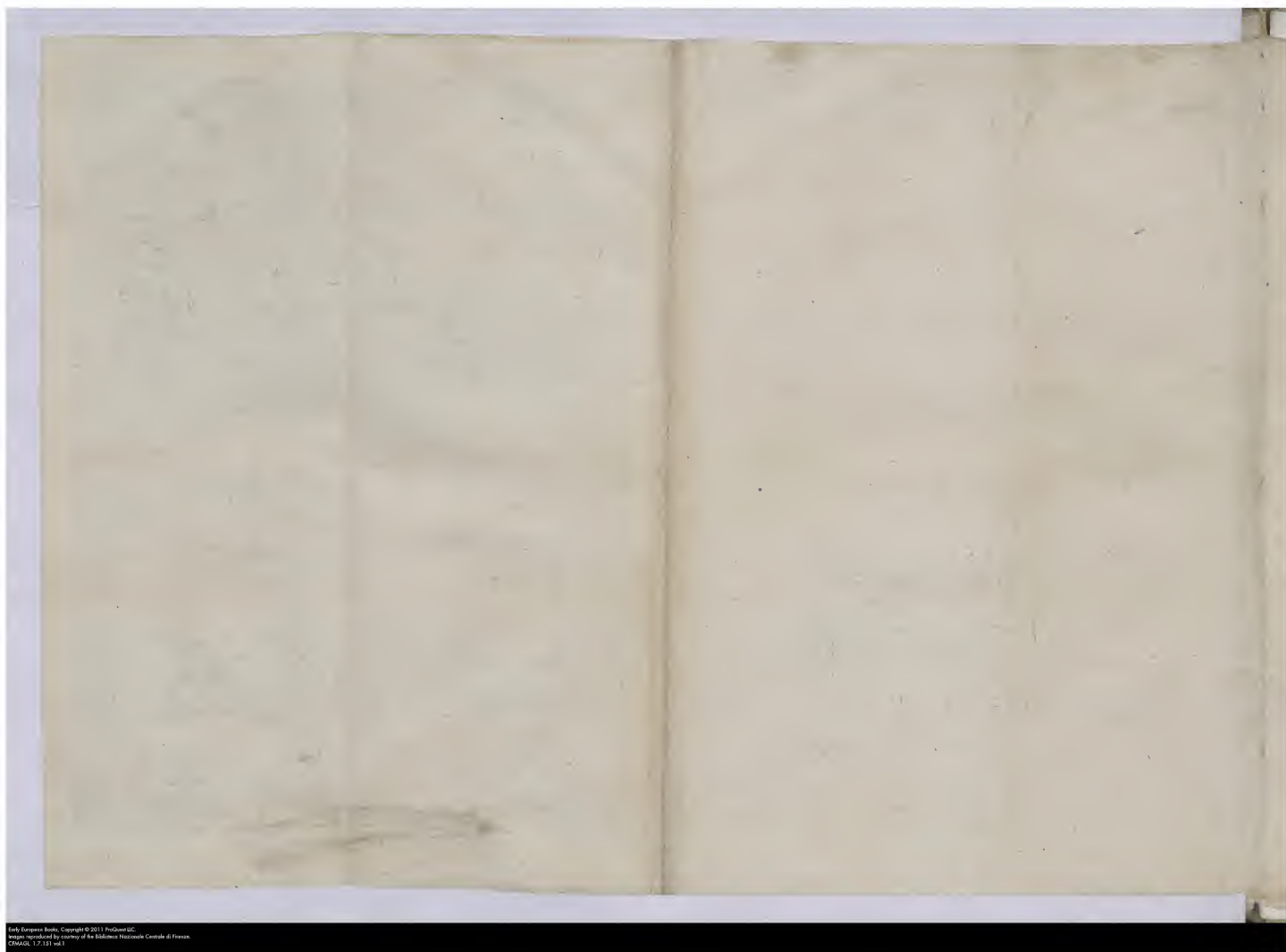
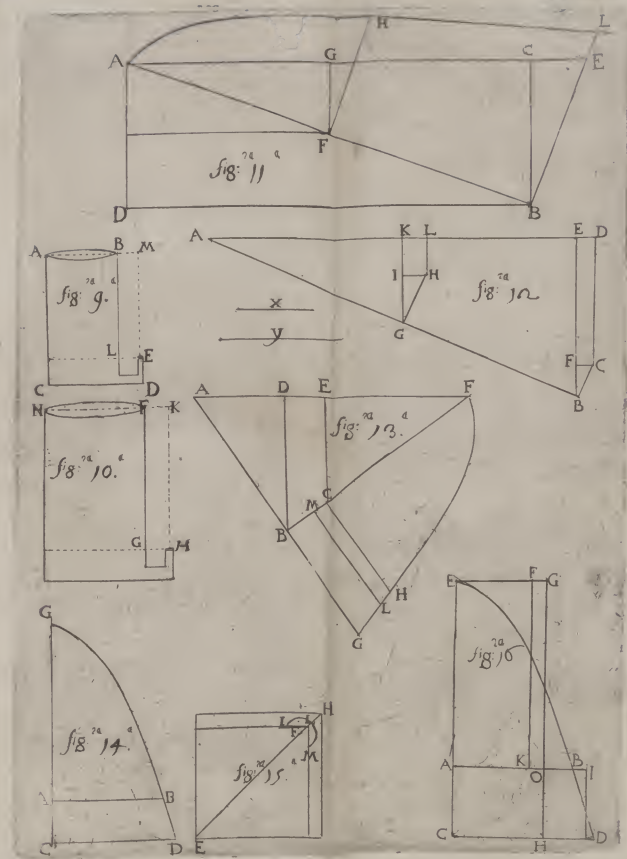


fig: 8<sup>a</sup> 8<sup>a</sup>

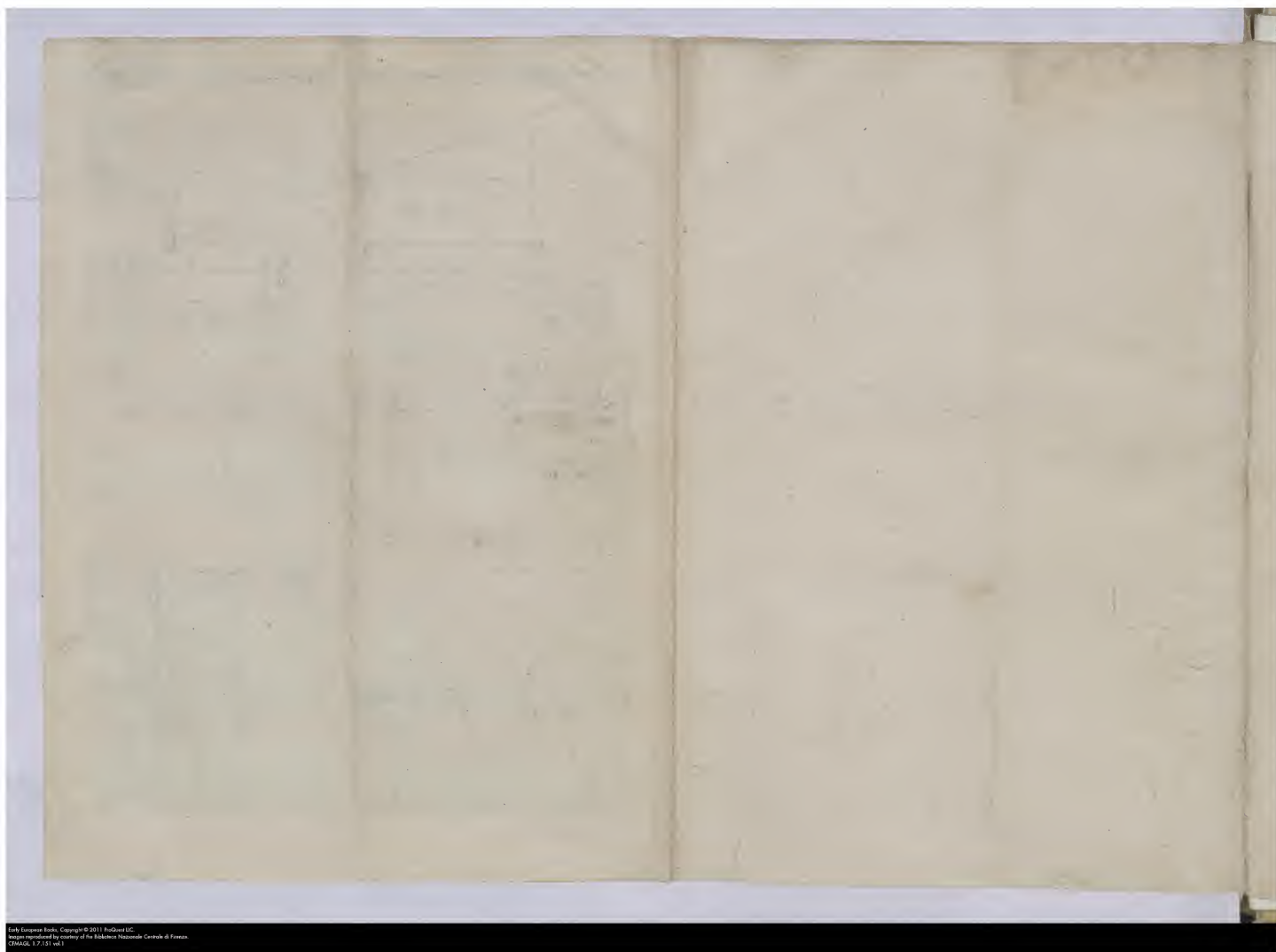






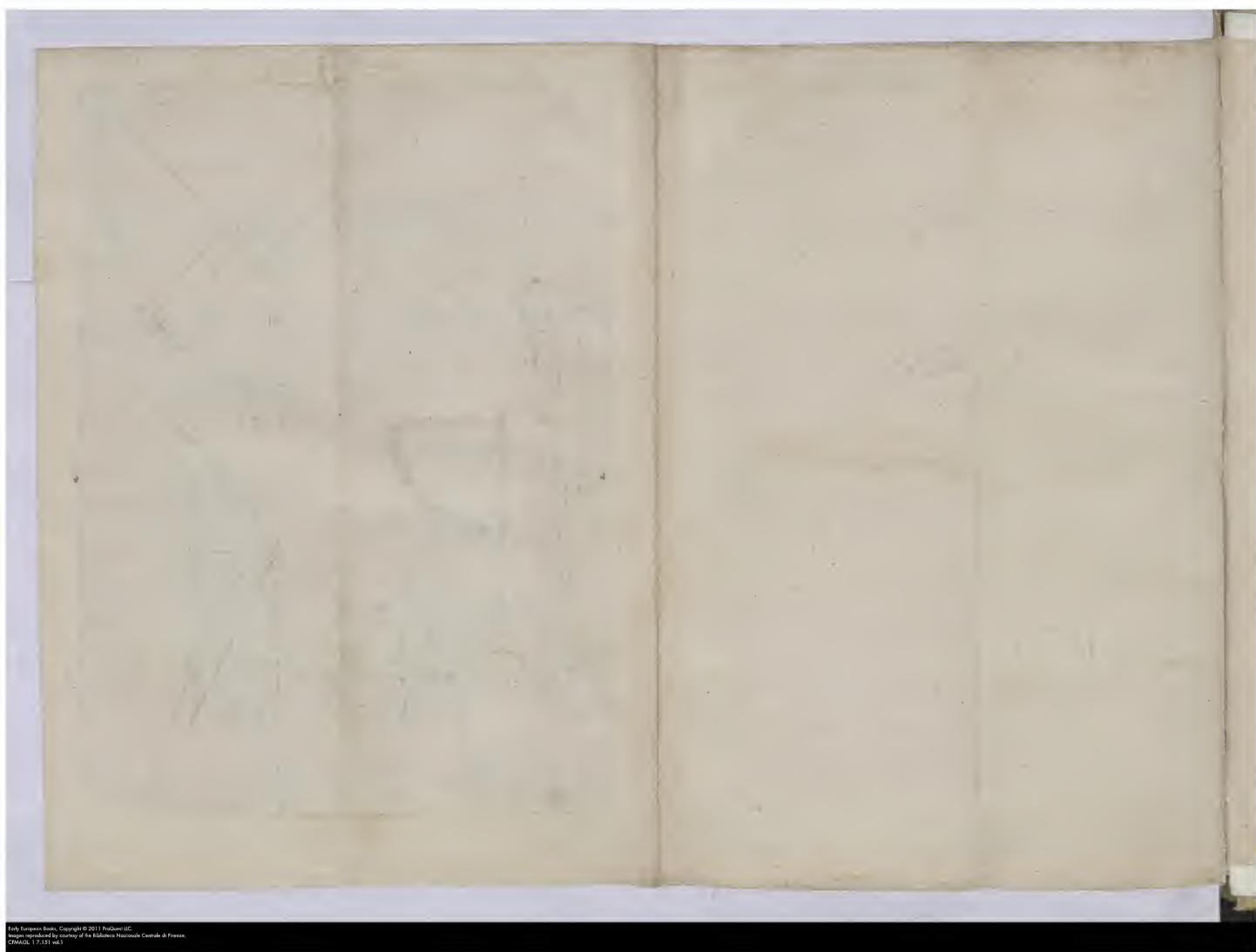


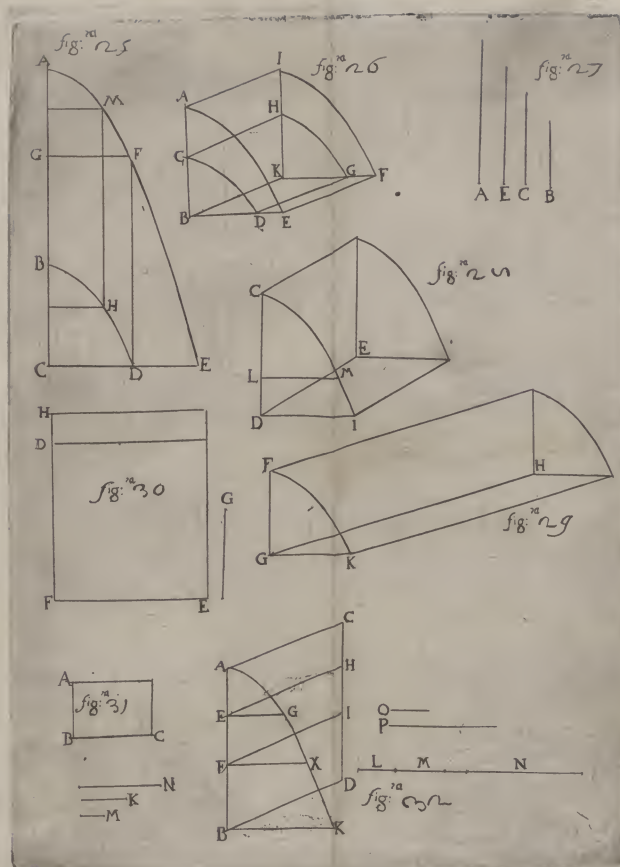




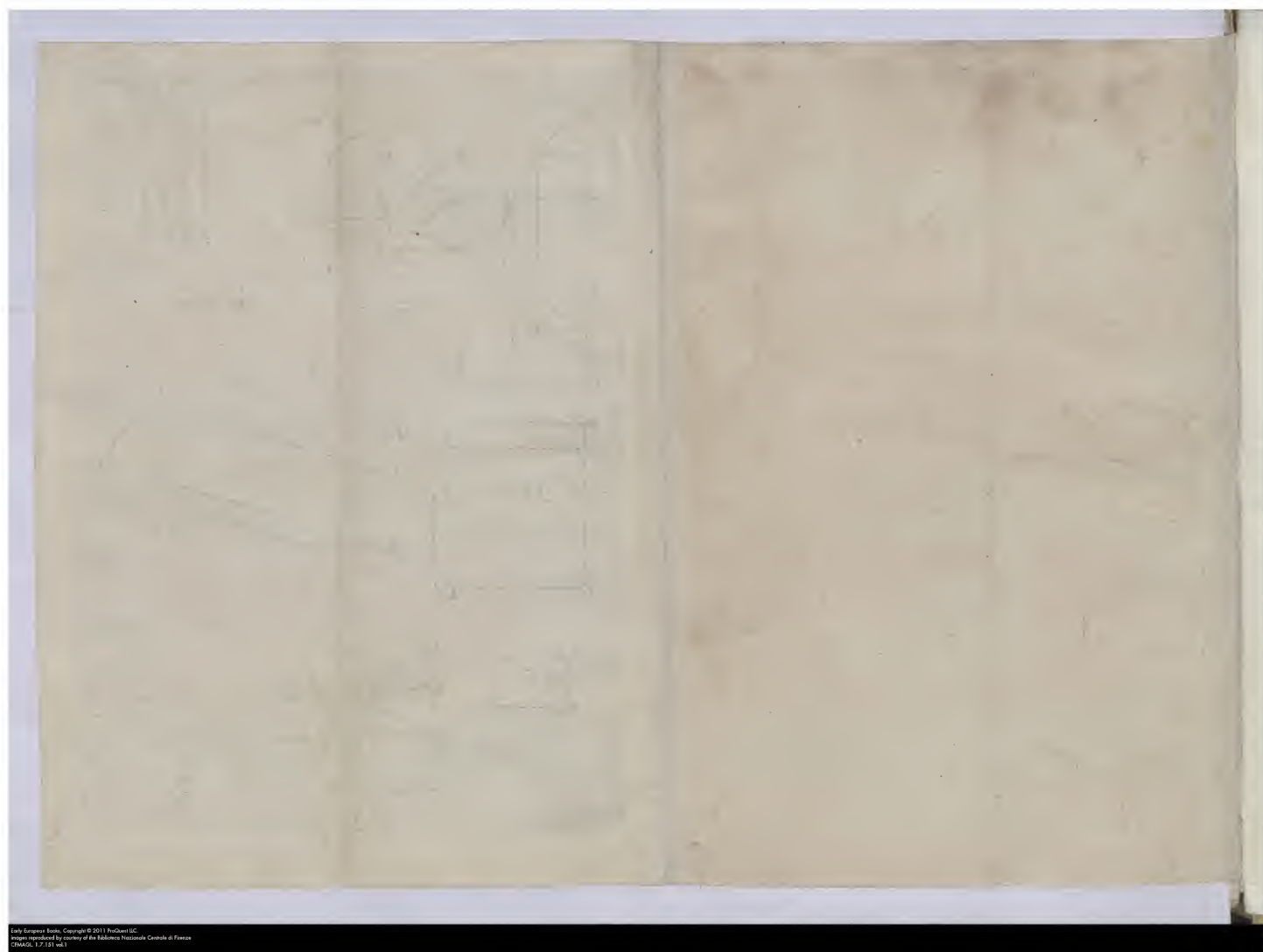


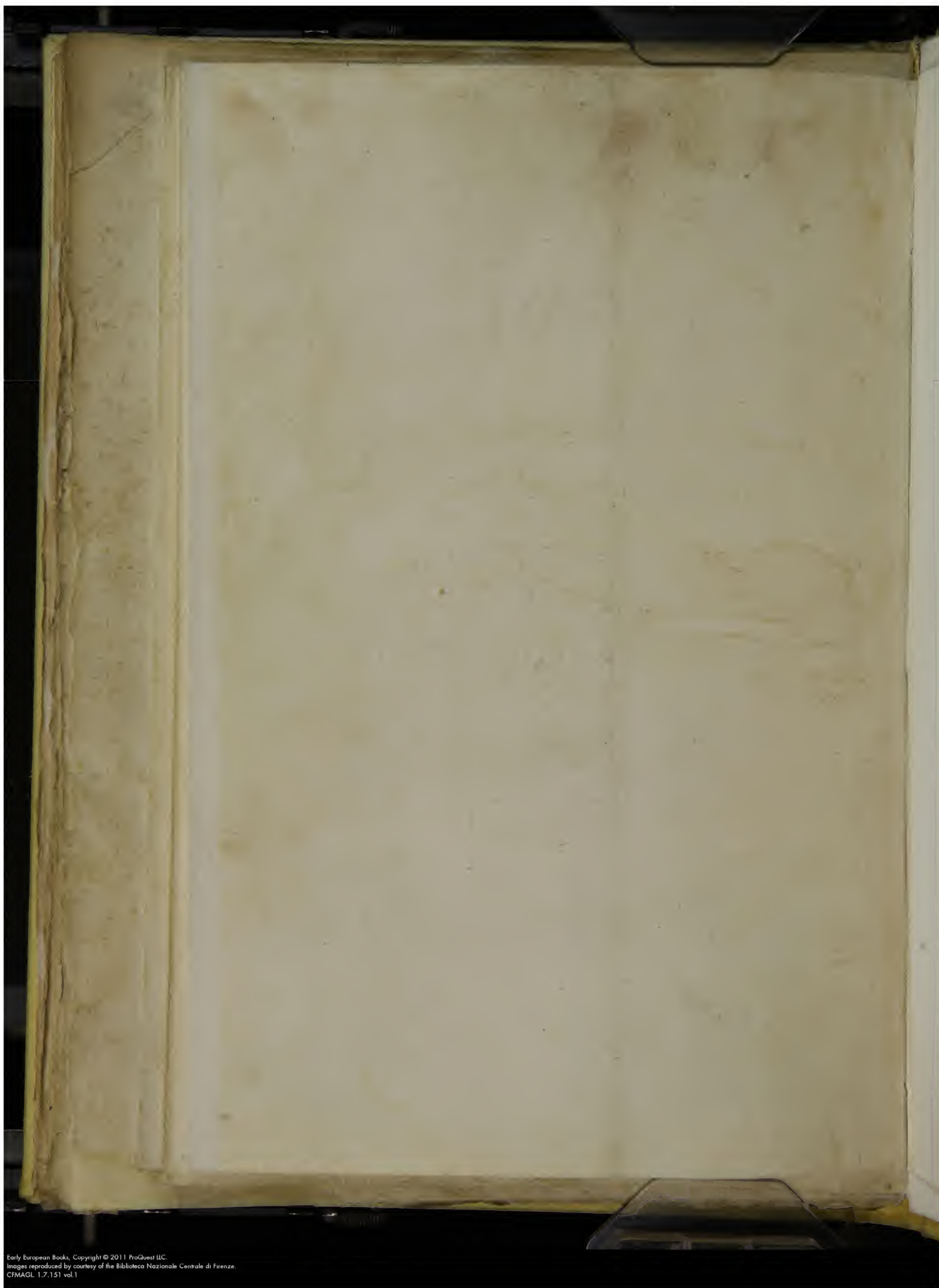






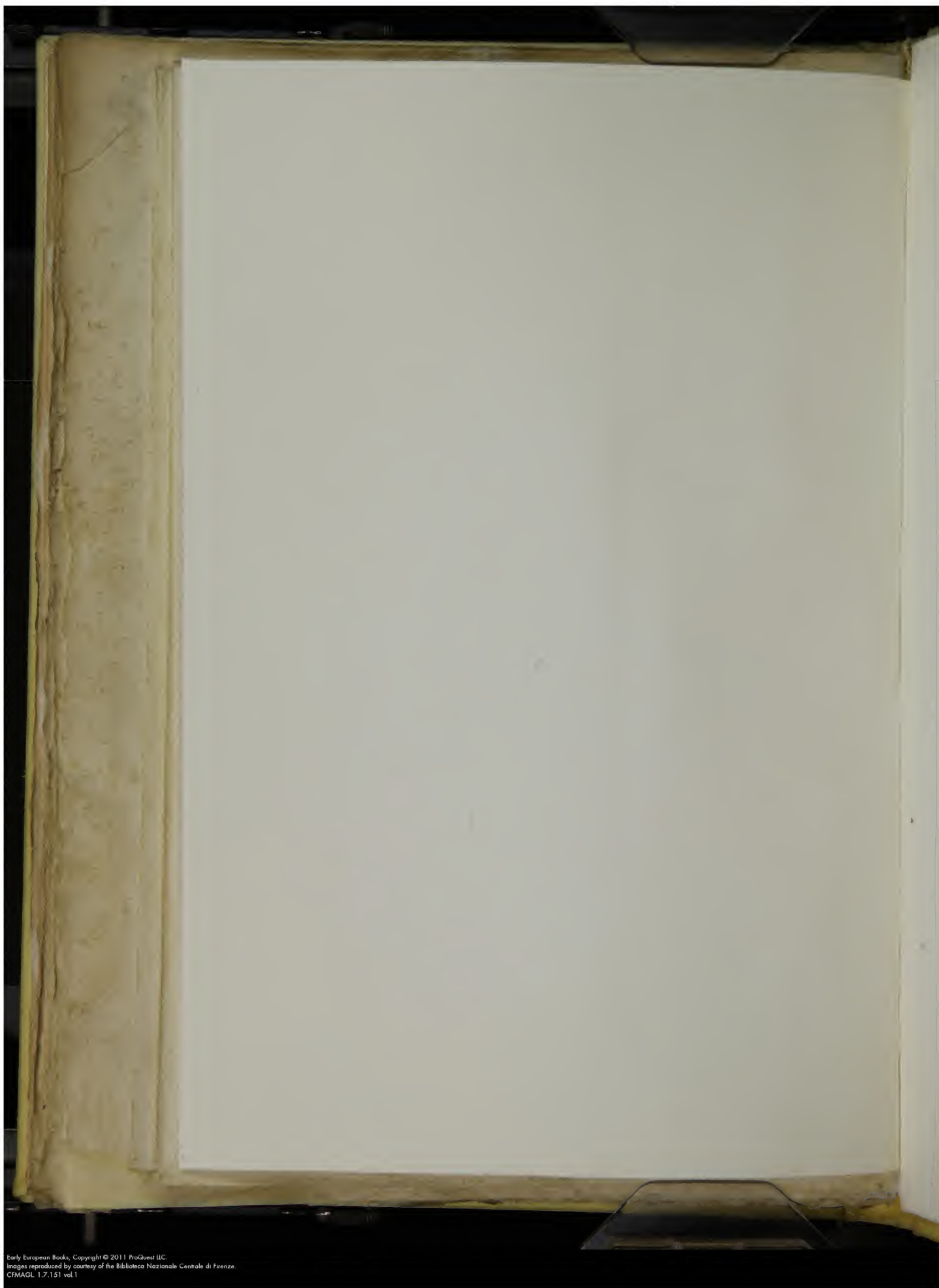
















005644947



